

UNIDAD DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE PROBABILIDAD  
MEDIADA POR UN OVA, ORIENTADA A UN COLEGIO RURAL DEL  
MUNICIPIO DE PAIPA

RUBY YAMILE SALCEDO RAMÍREZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
FACULTAD SECCIONAL DUITAMA  
MAESTRÍA EN TIC APLICADAS A LAS CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DUITAMA, 2018

UNIDAD DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE PROBABILIDAD  
MEDIADA POR UN OVA, ORIENTADA A UN COLEGIO RURAL DEL  
MUNICIPIO DE PAIPA

RUBY YAMILE SALCEDO RAMÍREZ

Trabajo de grado para obtener el título de Magíster en TIC Aplicadas a las  
Ciencias de la Educación

Director

Ph. D FLAVIO HUMBERTO FERNÁNDEZ MORALES

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
FACULTAD SECCIONAL DUITAMA  
MAESTRÍA EN TIC APLICADAS A LAS CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DUITAMA, 2018

NOTA DE ACEPTACIÓN:

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente de Jurado

---

Firma de Jurado

---

Firma de Jurado

## **DEDICATORIA**

A Dios, por permitirme culminar satisfactoriamente este trabajo.

A mi familia, por ser el eje de realización personal y profesional, y quienes me brindaron su apoyo incondicional y cariño.

## **AGRADECIMIENTOS**

Quisiera desde estas líneas agradecer primero a Dios, por darme la fuerza para lograr culminar esta etapa, y a todas las personas que han contribuido de alguna manera, a que pudiera realizar este trabajo.

A los doctores FLAVIO HUMBERTO FERNÁNDEZ MORALES y JULIO ENRIQUE DUARTE, por compartir sus conocimientos y experiencias, por su paciencia y ayuda, ya que sin ellos no habría sido posible la realización del trabajo.

A los compañeros del grupo de investigación Decten por compartir sus ideas y por su continuo apoyo durante el desarrollo de esta investigación.

A los estudiantes y docentes de la Fundación Santa Rita del Pantano de Vargas, que me han permitido llevar a cabo esta experiencia, gracias por su interés y deseo de aprender.

A mi familia porque siempre han estado junto a mí apoyándome con su cariño. A mis amigos y amigas que me han escuchado y animado en todo momento, brindándome su ayuda y apoyo en todo momento.

## TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA.....	IV
AGRADECIMIENTOS .....	V
TABLA DE CONTENIDO .....	VI
LISTA DE TABLAS.....	X
LISTA DE ANEXOS .....	XI
RESUMEN .....	XII
PALABRAS CLAVE.....	XII
ABSTRACT .....	XIII
KEYWORDS .....	XIII
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1.PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	1
1.2.OBJETIVOS .....	3
1.2.1.Objetivo General .....	3
1.2.2.Objetivos Específicos .....	4
1.3.JUSTIFICACIÓN .....	4
1.4.ESTRUCTURA DEL INFORME .....	6
2.MARCO REFERENCIAL.....	9
2.1.MARCO TEÓRICO.....	9
2.1.1.Aprendizaje significativo.....	9
2.1.2.Tipos de aprendizaje significativo.....	12
2.1.3.Dificultades en el aprendizaje del pensamiento estadístico y probabilístico	13

2.1.4.Resolución y planteamiento de problemas.....	15
2.2.MARCO CONCEPTUAL .....	19
2.2.1.Unidad didáctica.....	19
2.2.2.Objeto Virtual de Aprendizaje.....	21
2.2.3.Competencias en probabilidad .....	23
2.2.4.Conceptos básicos de probabilidad.....	25
3.1.TRADICIÓN INVESTIGATIVA.....	32
3.DISEÑO METODOLÓGICO .....	42
3.1.ENFOQUE Y TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	42
3.2.POBLACIÓN .....	44
3.3.PROCEDIMIENTO E INSTRUMENTOS .....	45
3.4.PRUEBAS ESCRITAS Y VARIABLES A ANALIZAR .....	47
4.PROUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA.....	51
4.1.UNIDAD DIDÁCTICA PROPUESTA .....	51
4.1.1.Etapa de elaboración de la UD.....	54
4.1.2.Estructura de la Unidad Didáctica .....	56
4.2.OVA PARA LA ENSEÑANZA DE PROBABILIDAD .....	59
4.2.1.Etapas de construcción y desarrollo del OVA .....	61
4.2.2.Estructura del OVA.....	63
4.3.ESTRATEGIA DIDÁCTICA .....	69
5.IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA EN UNA INSTITUCIÓN RURAL .....	73
5.1.PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	73

5.3.PRUEBA FINAL .....	79
5.4.ANÁLISIS ESTADÍSTICO EN FUNCIÓN DE LAS COMPETENCIAS SELECCIONADAS.....	81
5.5.DISCUSIÓN .....	85
6.CONCLUSIONES.....	89
BIBLIOGRAFÍA .....	92
ANEXOS .....	104



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Componentes del OVA .....	60
Figura 2 Contenidos del OVA.....	64
Figura 3 Portada del OVA .....	65
Figura 4. Generalidades OVA .....	66
Figura 5 Conceptos técnicas de conteo .....	67
Figura 6 Pantalla propiedades de probabilidad .....	67
Figura 7 Ejemplo de actividad en el OVA.....	68
Figura 8 Actividad espacio muestral.....	69
Figura 9 Introducción a las temáticas.....	76
Figura 10 Desarrollo de talleres y situaciones en clase .....	77
Figura 11 Implementación del OVA .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Figura 12 Análisis situaciones 1, 2 y 3 .....	81
Figura 13 Análisis situaciones 4, 5 y 6 .....	83
Figura 14 Análisis situación 7.....	84

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Relación competencia y Situación problema en la prueba diagnóstica.....	48
Tabla 2 Unidades temáticas - objetivos.....	51
Tabla 3 Estructura Unidad Didáctica .....	57
Tabla 4 Resultados prueba diagnóstica .....	74
Tabla 5 Resultados prueba final.....	79

## **LISTA DE ANEXOS**

ANEXO A. Competencia MEN Vs. Situación de Análisis en Prueba Inicial.

ANEXO B. Formato Prueba diagnóstica.

ANEXO C. Diario de Campo.

ANEXO D. Resultados prueba diagnóstica.

ANEXO E. Consentimiento informado.

ANEXO F. Formato Prueba Final.

## **RESUMEN**

El presente trabajo muestra los resultados de la aplicación de una unidad didáctica que involucra la implementación de un Objeto Virtual de Aprendizaje, OVA, con el fin de mejorar las competencias básicas en probabilidad propuestas en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional para el grado once. La investigación se enmarca dentro del enfoque cuasi experimental, ya que se busca la construcción de aprendizajes significativos en probabilidad, empleando para ello un diseño didáctico aplicado a un único grupo. La población objeto de estudio corresponde a los 9 estudiantes del grado once de un colegio rural del municipio de Paipa, Boyacá. En el trabajo se presenta la estructura del OVA propuesto, elaborado a partir de las falencias identificadas en la prueba diagnóstica, que sirve de apoyo y complemento para la retroalimentación y refuerzo de los contenidos vistos en las sesiones desarrolladas en la unidad didáctica. Luego del desarrollo de la unidad didáctica, se observa en la prueba final que los estudiantes mejoraron en el planteamiento de espacios muestrales y el conteo de los posibles resultados en distintas situaciones, aunque pueden fallar en el proceso de organización de los datos lo que dificulta el conteo. La mayor dificultad se presenta en el planteamiento de problemas debido al limitado léxico y argumentación de los estudiantes, a la hora de expresar ideas de forma coherente y clara.

## **PALABRAS CLAVE**

Competencias de probabilidad; enseñanza de probabilidad; educación rural; OVA.

## **ABSTRACT**

The present work shows the results of the application of a didactic unit that involves the implementation of a Virtual Object of Learning, OVA, in order to improve the probability competences propose in the Basic Standards of Mathematics Competences of the Ministry of National Education for the eleventh degree. The research is part of the quasi-experimental approach, which seeks the construction of meaningful learning in probability, using a didactic design applied to a single group. The population under study corresponds to the 9 students of the eleventh degree from a rural school in the municipality of Paipa, Boyacá. In the work, the structure of the proposed OVA is presented, elaborated from the shortcomings identified in the diagnostic test, which serves as support and complement for the feedback and reinforcement of the contents seen in the sessions developed in the didactic unit. After the development of the didactic unit, it was observed in the final test that the students improved on the approach of open spaces and the counting of the possible results in different situations, although they may fail in the process of organizing the data what makes difficult the counting. The greatest difficulty is presented in the approach of problems due to the lexical limited and the argumentation of the students, when expressing their ideas in a coherent and clear way.

## **KEYWORDS**

Probability competences; probability teaching; rural education; OVA

## **1. INTRODUCCIÓN**

La importancia de la estadística, y en ella la probabilidad, se ve reflejada en la presencia del azar y los datos en la información que se da en muchas de las situaciones que hoy en día nos rodean. Esa información puede llegar a afectar nuestro diario vivir, ya que es la base para la toma de decisiones que pueden ser producto de sucesos que salen de nuestro control, y por eso es necesario saber el por qué y cómo de los mismos.

Lo anterior indica la necesidad de brindar una adecuada formación en estadística y probabilidad, para que los estudiantes desarrollen competencias que les permitan identificar, describir y modelar situaciones del azar, y así estimar probabilidades de ocurrencia, dar predicciones y tomar decisiones.

En este libro se presentan los resultados de una tesis de maestría, enfocada al aprendizaje de la probabilidad en grado once, en un colegio rural de la ciudad de Paipa, Boyacá. La mediación didáctica se realizó a través de un Objeto Virtual de Aprendizaje, OVA, cuya aplicación contribuyó al mejoramiento de las competencias de los estudiantes, según se evidenció en la prueba final.

### **1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

La Fundación Santa Rita del Pantano de Vargas, está ubicada en el corregimiento

Pantano de Vargas, perteneciente al municipio de Paipa, Boyacá. Es una institución educativa privada, sin ánimo de lucro, creada en el año 1997, en educación formal para los grados de preescolar, básica primaria, secundaria y media, con énfasis en inglés, informática, artes y oficios. En el año 2016 contaba con cerca de 160 estudiantes desde los grados de párvulos a once y fue creada con el ánimo de beneficiar a la comunidad campesina de la región. Además, en 2016 se graduó la primera promoción de grado once, la cual contaba con nueve estudiantes.

La institución dispone de una sala de informática en la cual hay 7 equipos de cómputo con software Microsoft Office 2003, destinados al uso de la parte administrativa y a las clases de informática de los estudiantes. Además hay 3 salones en los cuales no se cuenta con servicios de electricidad ni toma corriente, contruidos en material Drywall. La institución tampoco posee servicio de internet y, por su ubicación, el servicio de los proveedores comerciales es deficiente.

A pesar de que la institución tiene como modelo pedagógico el tradicional, está tratando de incorporar las nuevas tecnologías para estar a tono con otras instituciones. Sin embargo, como tradicionalistas, en las clases de matemáticas se desarrollan las temáticas siguiendo el proceso de “Título, definición, ejemplo, ejercicios y evaluación”, guiados por un texto definido por la institución. En el año 2016, estas clases se subdividieron en matemáticas (álgebra, trigonometría y cálculo, según sea el grado), geometría, y estadística y probabilidad; con una intensidad horaria, en conjunto, de 6 horas semanales en cada uno de los grados.

El problema de investigación surge a raíz de que la enseñanza de la probabilidad en grado 11 en esta institución, se orienta con base en el plan de área de matemáticas, el cual a su vez se retoma de un texto guía; este texto trata con poca profundidad dicha temática, impidiendo que los estudiantes alcancen las competencias establecidas por el MEN en el estudio de la probabilidad, y ya que el desarrollo de estas competencias contribuye ampliamente a la construcción de bases y herramientas significativas que fortalecen y desarrollan capacidades que benefician al estudiante en procesos de razonamiento, recopilación, organización, representación e interpretación de datos e información que permiten la toma de decisiones, probabilidades de ocurrencia, dar predicciones en situaciones cotidianas (Riscanevo-Espitia, 2016; (Piratoba-Gil & Rojas-Morales, 2014; Burbano-Pantoja, Valdivieso-Miranda & Aldana-Bermúdez, 2017).

Por eso resulta importante el cuestionarse

¿Cómo propiciar el aprendizaje significativo de la probabilidad, en estudiantes de grado 11, pertenecientes al colegio Fundación Santa Rita, a través de una unidad didáctica mediada por un OVA?

## **1.2. OBJETIVOS**

### **1.2.1. Objetivo General**

Desarrollar una unidad didáctica que propicie el aprendizaje significativo de la temática de probabilidad, por medio de la integración de un OVA, en estudiantes de grado once



del colegio Fundación Santa Rita del Pantano de Vargas, del municipio de Paipa, Boyacá.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- Establecer los requerimientos pedagógicos y tecnológicos necesarios para la implementación de una unidad didáctica, en la Fundación Santa Rita del Pantano de Vargas, que permita el aprendizaje significativo de la temática de probabilidad dirigida a estudiantes de grado once.
- Diseñar una unidad didáctica que permita el aprendizaje significativo del concepto de probabilidad a través del desarrollo un objeto virtual de aprendizaje (OVA), orientada a estudiantes de grado once de una institución rural de Paipa, Boyacá.
- Implementar y evaluar la unidad didáctica, en el grado 11 de la Fundación Santa Rita, para validar su eficacia en el aprendizaje significativo en la temática

### **1.3. JUSTIFICACIÓN**

El desarrollo de competencias estadísticas y probabilísticas aportan a la construcción de herramientas por parte del estudiante, que lo ayudan a mejorar el razonamiento, toma de decisiones y deducción de situaciones que suceden a su alrededor (Riscanevo-Espitia, 2016). Se desarrollan capacidades de recopilación, organización, representación e interpretación de datos e información, junto con la capacidad de identificar, describir y modelar situaciones del azar; así será posible estimar probabilidades de ocurrencia, dar predicciones y tomar decisiones, elementos

fundamentales para los ciudadanos de hoy (Piratoba-Gil & Rojas-Morales, 2014; Burbano-Pantoja, Valdivieso-Miranda & Aldana-Bermúdez, 2017).

La enseñanza de temáticas relacionadas con ciencias básicas y aplicadas, como: física, química, electricidad, electrónica y mecánica, por mencionar algunas, se ha visto influida por las Tecnologías de la Información y la Comunicación, TIC (Angarita-Velandia, Fernández-Morales & Duarte, 2014; Parra-León, Duarte & Fernández-Morales, 2014; Parada-Hernández & Suárez-Aguilar, 2014). Las matemáticas, en especial la probabilidad y la estadística, también han sido objeto de la implementación de nuevas tecnologías para su enseñanza y aprendizaje (Valdés-Núñez, 2011; García-García, 2013; Belfiori, 2014). Cada vez con mayor frecuencia, se encuentran propuestas que incluyen materiales educativos computarizados, objetos virtuales de aprendizaje, software especializado para enseñanza de conceptos matemáticos, todo ello complementado con el uso de plataformas para la administración de contenidos (Araujo & Romero, 2012; Torres-Ortíz & Duarte, 2016; González-Nieves, Fernández-Morales, & Duarte, 2016).

El Ministerio de Educación Nacional, MEN, ha propuesto una serie de competencias orientadas al mejoramiento del estudio de la probabilidad, las cuales se encuentran integradas en los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN, 2006). Sin embargo, la enseñanza de la probabilidad en grado once del Colegio Santa Rita, institución rural del municipio de Paipa, se orienta con base en el plan de área de matemáticas, el cual a su vez se retoma de un texto guía (Ardila et al., 2016; Moya-Moya,

Pérez-Ruiz, & Moreno- Gutiérrez, 2012). Este texto trata con poca profundidad la temática de probabilidad, impidiendo que los estudiantes alcancen las competencias esperadas, y con ello el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas en situaciones reales dentro de cada uno de los contextos, bajo la manipulación, comprensión, análisis, interpretación y crítica de datos e información ofrecidos por el docente, libros, internet o distintos medios de comunicación, para formular argumentos y tomar decisiones, que hacen parte del pensamiento estadístico (Zapata, 2016).

Lo anterior, unido a un modelo educativo tradicional y con poca integración de las TIC, justifica la necesidad de diseñar una unidad didáctica enfocada al aprendizaje de la probabilidad, buscando la interacción con las nuevas tecnologías. Adicionalmente, con el servicio deficiente de internet en la institución, resulta práctica y adecuada la aplicación de Objetos Virtuales de Aprendizaje que puedan emplearse de forma local.

De esta manera se espera contribuir con el objetivo de obtener un aprendizaje significativo en estos estudiantes de núcleo común, cumpliendo con las expectativas formativas por parte de los mismos, construyendo buenas bases para su ingreso a la educación superior, teniendo en cuenta su motivación a seguir estudiando.

#### **1.4. ESTRUCTURA DEL INFORME**

El informe de la investigación está estructurado en seis capítulos, seguido por la bibliografía utilizada y la lista de anexos.

Capítulo 1. Se presenta el planteamiento del problema en donde se integra los antecedentes, descripción del problema que llevó al desarrollo de la Investigación. Se indica la pregunta de investigación que permitió generar el objetivo general y los específicos del estudio.

Capítulo 2: Se muestra el marco referencial conformado por el marco teórico, en donde se resalta el aprendizaje significativo y sus tipos, dificultades en el aprendizaje del pensamiento estadístico y probabilístico, resolución y planteamiento de problemas que se incluyen en las competencias en probabilidad. Luego se presentan los conceptos usados en el estudio, como: Unidad Didáctica, Objeto Virtual de Aprendizaje, las Competencias en Probabilidad y conceptos referentes a la temática de probabilidad. El capítulo concluye con el análisis de algunas investigaciones relacionadas con la temática del documento.

Capítulo 3: Aborda el diseño metodológico constituido por la descripción del enfoque y tipo de investigación, la población, procedimiento e instrumentos usados en la recolección y el análisis de la información obtenida, junto con las pruebas escritas aplicadas y las variables a analizar.

Capítulo 4: Muestra la propuesta didáctica para la enseñanza de la probabilidad evidenciando la unidad didáctica propuesta, el OVA utilizado y la estrategia didáctica en donde se describe el diseño didáctico aplicado en el aula.

Capítulo 5: Se presentan los resultados del análisis de la implementación de la unidad didáctica en una institución rural. Los resultados incluyen la prueba inicial, las actividades en el aula y la prueba final, con la discusión referente a los mismos.

Capítulo 6: Presenta las conclusiones y recomendaciones referentes a la aplicación de la unidad didáctica en relación con los objetivos planteados en el primer capítulo.

## **2. MARCO REFERENCIAL**

Para el desarrollo de la investigación fue necesario establecer una aproximación a los referentes teóricos, concernientes a los contenidos que intervienen en el estudio. Se inicia por la definición de aprendizaje significativo, sus tipos y las dificultades en el aprendizaje del pensamiento estadístico y probabilístico, resolución y planteamiento de problemas que se incluye en las competencias en probabilidad, como parte del objetivo a alcanzar; luego se presentan los conceptos de OVA, los estándares y competencias en probabilidad establecidas por el MEN, y de Unidad Didáctica junto con los elementos a tener en cuenta en el diseño y estructuración, junto con los conceptos referentes a la temática de probabilidad. Finalmente se presentan algunos trabajos ya desarrollados por distintos autores los cuales se relacionan con la enseñanza de la probabilidad y la estadística, y las dificultades en el razonamiento y problemas del aprendizaje.

### **2.1. MARCO TEÓRICO**

#### **2.1.1. Aprendizaje significativo**

El aprendizaje significativo es visto como aquel proceso en el que se relaciona la información ya adquirida con la nueva, construyendo nuevas ideas y conocimientos, que son aprendidos de forma clara y significativa, y pueden ser tomados como base para nuevas ideas estableciendo conexiones precisas entre estos conceptos y el ambiente que los rodea. Como lo expone Díaz Barriga (2003), mencionando a Ausubel (1976), en el aprendizaje significativo el aprendiz relaciona la nueva información con los

conocimientos que ya poseen y con las experiencias previas; por ello es evidente la importancia de la disposición de aprender que demuestre el aprendiz, así como la guía del docente y los materiales de apoyo fomentan y facilitan el aprendizaje significativo. Además, el autor plantea que si se llega a dar este aprendizaje significativo se va más allá de la memorización de los contenidos aislados y se logra construir un significado de forma que “se da sentido a lo aprendido, y se entiende su ámbito de aplicación y su relevancia en situaciones académicas y cotidianas” (Díaz B. 2003, p. 109).

Este aprendizaje puede ser asociado con la construcción de conocimientos y la propia generación de aprendizaje significativo desde el mismo individuo (estudiantes). “Para Ausubel, una teoría del aprendizaje escolar que sea realista y científicamente viable debe ocuparse del carácter complejo y significativo que tiene el aprendizaje verbal y simbólico”; es decir, que la importancia radica en cómo los estudiantes conceptualizan y apropian las ideas y conocimientos dados en el aula de clase, teniendo en cuenta las características y elementos en cada una de las asignaturas.

Por eso Ausubel ve al aprendizaje significativo no como un solo proceso, sino como un producto, pues es este proceso la base para nuevos y más complejos significados, que se ven fortalecidos por la estructura en que se van desarrollando. Rodríguez Palmero (2004), menciona dos condiciones fundamentales para que se produzca aprendizaje significativo:

- Actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del aprendiz, o sea,

predisposición para aprender de manera significativa.

- Presentación de un material potencialmente significativo.

Esto requiere:

- Por una parte, que el material tenga significado lógico, esto es, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva.
- Y, por otra, que existan ideas de anclaje o subsumidores adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta.

El autor además menciona algunos aportes dados por Ausubel (2002) en Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva en donde indica que:

“... aprender significativamente o no forma parte del ámbito de decisión del individuo, una vez que se cuenta con los subsumidores relevantes y con un material que reúne los requisitos pertinentes de significatividad lógica” (Pág. 4).

Se puede considerar, de acuerdo a esto, que el aprendizaje puede llegar a ser cada vez más significativo si los estudiantes son capaces de generar diversos modelos que los lleven a explicar y predecir, con mayor certeza, algunas de las situaciones que se le presenten en su entorno, viéndolo como la comprensión, y capacidad de transferencia, que genera más ideas relacionadas con una imagen o símbolo ya significativo.



### 2.1.2. Tipos de aprendizaje significativo

Según Ausubel, citado por Viera Torres (2003), algunos tipos de aprendizaje significativo son:

- **Aprendizaje representacional:** es considerado el aprendizaje Significativo básico, en el cual se establecen significados a las palabras que simbolizan objetos, lugares, situaciones y conceptos, entre otros.
- **Aprendizaje de conceptos:** los conceptos representan formalidades de Eventos u objetos, y son representados también por símbolos particulares o categorías y representan abstracciones de caracteres esenciales de los referentes.
- **Aprendizaje proposicional:** la tarea no es aprender significativamente lo que representan las palabras aisladas o combinadas, sino aprender lo que significan las ideas expresadas en una proposición, las cuales a su vez constituyen un concepto y el significado en él entendido como parte de un todo. (Viera Torres, 2003, p. 38)

También se puede encontrar otra clase de tipología, de acuerdo a la relación jerárquica con la información existente; así Moreira (2000) propone:

- Subordinado:
  - Subsunción derivativa. Donde se toma los conocimientos nuevos, que tienen carácter de ejemplo o ilustración de lo ya existente.
  - Subsunción correlativa. Donde los conocimientos nuevos son una

extensión, elaboración, modificación o cualificación de lo que ya existe.

- Supraordenado: Se da cuando el individuo integra los conceptos que ya ha aprendido anteriormente dentro de un nuevo concepto integrador más amplio e inclusivo de los otros.
- Combinatorio: Los nuevos conceptos no pueden ser ni sub ni supra ordenadamente, estos nuevos conceptos se relacionan de una forma general con la estructura cognitiva ya existente. (Moreira, 2000, p. 3)

### **2.1.3. Dificultades en el aprendizaje del pensamiento estadístico y probabilístico**

La importancia del desarrollo del pensamiento estadístico y probabilístico está en que gracias a las personas llegan al análisis y la interpretación de la información suministrada y la toma de decisiones en cualquier contexto presentado, como indica Batanero (2006) las personas tienen dificultades a la hora de tomar decisiones lo que es asociado a la falta de razonamiento probabilístico, y como mencionan Fernández, Romero, & Vergara, (2015) son escasas las investigaciones dentro de la enseñanza de la probabilidad y el razonamiento estadístico.

Sin embargo, teniendo en cuenta algunos aspectos que influyen en el aprendizaje de la probabilidad relacionado con situaciones de la cotidianidad, Osorio Angarita, Suárez Parra, & Uribe Sandoval (2011) proponen algunos aspectos importantes que influyen en el aprendizaje:

- **Aspectos relacionados con el estudiante**

Relacionado con el manejo de los conceptos de probabilidad basados en los conocimientos básicos que fortalecen al desarrollo del razonamiento, debido a las debilidades que presentan los estudiantes desde los procesos de resolución, análisis e interpretación, el mal uso del lenguaje y terminología, evidenciado en las dificultades de contextualización y aplicación de conceptos de probabilidad en la resolución de distintas situaciones (Osorio, Suárez, & Uribe, 2011).

Y como afirman Ortiz, Batanero y Serrano (2001) la enseñanza de la probabilidad tiene sus inicios dentro de la educación con situaciones de la vida cotidiana usando muchas veces términos y expresiones comunes para que no tienen el mismo cuando se habla del azar, y el estudiante confunde el significado entre las definiciones que da el docente con las ideas previas apropiadas, sin aclararlos a tiempo.

- **Aspectos relacionados con el profesor**

La formación del docente que orienta estadística y probabilidad influye en gran medida en el aprendizaje de los estudiantes, muchos docentes que tienen la habilidad para transmitir conceptos no cuentan con la facilidad de representar aquellos conceptos bajo situaciones problema, Stohl (2005) en Osorio, Suárez, & Uribe (2011) expone que existen variedad de casos en que el docente da mayor importancia al desarrollo adecuado de

algoritmos y procedimientos que a la comprensión e interpretación de conceptos, un real aprendizaje significativo.

Es importante el desarrollo del pensamiento matemático y en él el probabilístico como apoyo al desarrollo de habilidades y procesos de resolución de problemas, a lo cual se enfrenta el docente día a día, en donde entran en juego sus actitudes, creencias y conocimientos relacionados para influir dentro del aprendizaje del estudiante (Ortiz, Batanero y Serrano, 2001).

- **Aspectos relacionados con los currículos**

De acuerdo a los estándares de competencias propuestos por el MEN, las temáticas formuladas para el pensamiento aleatorio (estadística y probabilidad) se desglosan en cada uno de los niveles de manera que procuren la enseñanza de los conceptos para complementarse paulatinamente su aprendizaje, y con ello la pertinencia de los procedimientos que se llevan a cabo para la resolución de problemas dentro del contexto, viendo con mayor importancia el aprendizaje del pensamiento numérico que al probabilístico en el análisis de información (Ortiz, Batanero y Serrano, 2001).

#### **2.1.4. Resolución y planteamiento de problemas**

En el aprendizaje de resolución y planteamiento de problemas, es necesario comprender que cuando se habla de resolver un problema va más allá de la aplicación

de algoritmos y procesos que den un valor o respuesta específica, como mencionan Penalva, Posadas & Roig (2010), el proceso conlleva la comprensión e interpretación no solo de la situación en la realidad sino matemáticamente mediante la combinación, modificación y revisión de conceptos previos ya apropiados. Polya (1970) en Penalva, Posadas & Roig (2010), cuatro fases por las que se deberían pasar en el momento de resolver un problema son: comprender el problema, diseñar un plan, poner en ejecución el plan y verificar la solución obtenida. Sin embargo, cuando se pretende resolver un problema en realidad no se tiene un procedimiento reglamentado,

“Los estudiantes no tienen una rutina que seguir cuando generan problemas a partir de unas condiciones dadas, sino que deben reflexionar sobre su manera de resolver problemas y considerar cómo podría modificarse, ampliarse y clarificarse de modo eficiente (Kontorovich y Koichu, 2009).” (Penalva, Posadas & Roig, 2010, p. 27)

La resolución de problemas involucra distintos componentes para su comprensión y aprendizaje y como lo indica Castro (2008) ha dejado de lado ya que para los educadores se han centrado en enseñar o intentar enseñar a los estudiantes a resolver problemas o a pensar matemáticamente, a abstraer ideas para generar soluciones y tomar decisiones, y en las metodologías se plantea que el estudiante debe llegar a desarrollar estrategias que lo lleven a solucionar las diferentes situaciones que se le presenten. Pero como menciona Castro (1991, p. 39) en Castro (2008), la creación de problemas está incluido en la misma resolución de problemas ya que para la resolución se puede generar

inesperadamente antes, durante y después el planteamiento de nuevos problemas que aclaren y faciliten el proceso de análisis y su posterior solución.

En el planteamiento de problemas se pueden derivar distintos modos de ocurrencia, ya sea como estrategia para la resolución de un problema más complejo de forma que sea fácil encontrar su solución, o como factor de creación en un nuevo problema a partir de una solución dada. Así Penalva, Posadas & Roig (2010), plantean tres formas distintas de actividad cognitiva matemática en la solución de problemas:

- Planteamiento de pre solución: En donde se generan nuevos problemas desde una situación ya presentada con antelación.
- Planteamiento en solución: En donde se replantea un problema a partir del proceso de resolución efectuada.
- Planteamiento post solución: En donde se modifican algunos apartados de un problema ya resuelto para generar nuevos problemas.

Como lo plantea Silver (1994) en Castro (2008) existen 6 propósitos que caracterizan la invención de problemas en educación matemática:

- como producto de la actividad creativa o matemática
- como producto de una enseñanza orientada en la búsqueda
- como formulación de una actividad matemática
- como estrategia para mejorar la capacidad de resolución de problemas en los

estudiantes

- como estrategia para la comprobación del aprendizaje de los estudiantes por parte del docente
- como factor motivante dentro de las matemáticas

En el campo de la probabilidad como parte de la matemática, se presentan estas mismas dificultades, García, J. A. P. (2008) indica que los estudiantes que ingresan a la universidad presentan ideas equivocadas sobre la probabilidad lo que los lleva a entorpecer su comprensión de la materia durante el desarrollo de los procedimientos necesarios en esta temática, por lo general las personas utilizan el contexto particular que los rodea para relacionarlo con la solución que se busca sobre un problema determinado, el conocimiento base que se tiene se modifica mediante la reflexión para plantear respuestas.

El análisis sobre el cómo se resuelven problemas se debe enfatizar en las interpretaciones, representaciones y reflexiones de los estudiantes, pero a su vez en las habilidades por medio de las cuales aplican y desarrollan diversos procedimientos. Cuando un estudiante reconoce una estructura matemática durante la solución de problemas y determinar su aplicabilidad en el momento valida su correcto aprendizaje además de constituir la base para nuevos conocimientos y más complejos. (Martínez, M. C. P., & García, J. A. P. 2009)

Como lo indica Arteaga, Batanero, Cañadas, & Contreras (2011) los causales de

falencias centradas en la equivocada organización de los datos e información pueden estar relacionadas con las estrategias usadas, como la asociación de estos datos numéricos a otros gráficos similares, los autores mencionan otras concepciones que pueden argumentar las falencias presentadas, estas son:

- Concepción causal: cuando los estudiantes asocian una relación de causa y efecto directamente relacionada con situaciones poco reales en el contexto, para esto los autores mencionan el siguiente ejemplo que lo explica con mayor claridad, “a mayor número de horas de estudio aumenta la probabilidad de una mejor nota, pero no es seguro, pues el alumno podría hacer un mal examen por un cansancio excesivo.” (p. 8)
- Concepción local: es la más común ya que en este caso el estudiante selecciona una parte de los datos suministrados para tomar y argumentar decisiones sobre la generalidad de la información.
- Concepción determinista: en el caso en que el estudiante espera una relación fija entre cada uno de las variables asociadas sin importar el valor que pueden tomar, generalizando los resultados a todos los datos sin su previo análisis individual. (p. 8)

## **2.2. MARCO CONCEPTUAL**

### **2.2.1. Unidad didáctica**



La definición más pertinente para describir la Unidad Didáctica, UD, es la que presenta Corrales (2010) citando a Escamilla (1992):

“La UD es una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad”.

Para Gallego y Luna (2007), la UD es: “una forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, proyecto curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso” (p. 4)

Con esto es fácil comprender que la unidad didáctica se puede considerar como un instrumento en el cual se presentan el conjunto de actividades a desarrollar dentro del proceso de enseñanza, pero estas actividades son elaboradas bajo ciertos parámetros enlazados con los elementos curriculares pertinentes (objetivos, contenidos, actividades y evaluación), de forma que se logre una relación y un aprendizaje significativo entre los actores que se involucran.

Como lo menciona Rodríguez (2008), el diseño de la unidad didáctica debe realizarse

por medio de tres pasos:

- 1 Descubrir y destacar los ejes vertebradores de los contenidos que deben enseñarse a los alumnos.
- 2 Descubrir y destacar los contenidos fundamentales y organizarlos en un esquema jerárquico y relacional
- 3 Proceder a la secuenciación según los principios de la organización psicológica del conocimiento (p. 7)

Así, se plantean los siguientes elementos a tener en cuenta en el diseño y estructuración de la UD:

- Título
- Justificación
- Objetivos
- Contenidos y metodología
- Recursos y materiales
  - Actividades
  - Evaluación

### **2.2.2. Objeto Virtual de Aprendizaje**

Los Objetos de Aprendizaje, OA, de acuerdo al portal Colombia Aprende, se

definen como: “Un conjunto de recursos digitales, que pueden ser utilizados en diversos contextos, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización” (MEN, s.f).

Así, este conjunto de recursos digitales no implican el acceso a internet, lo cual favorece al objetivo del proyecto teniendo en cuenta el contexto en el cual se ubica la población sobre la cual se va a realizar el estudio. En las ideas expuestas por Sánchez Medina (2014), se indica que lo que se quiso hacer fue llevar este concepto a la educación por medio de los diversos materiales desarrollados dentro de las ideas que cada individuo analiza y basan sus clases, sin embargo también existen quienes llegan a afirmar que los objetos de aprendizajes son solo un término para referirse a los materiales que se usan dentro de las clases.

Sánchez-Medina (2014), indica que “Los OA son elementos de un nuevo tipo de instrucción basada en computadores, enmarcada en el paradigma orientado a objetos de las ciencias de la computación; la orientación a objetos valora altamente la creación de componentes (llamados objetos) que pueden ser reutilizados en múltiples contextos”. La ventaja de los OA, a diferencia de los recursos tradicionales, es que cualquier persona puede acceder a ellos y emplearlos simultáneamente con otros (Jurado-Erazo, 2010).

En otras palabras, los objetos de aprendizaje se pueden entender como cualquier objeto que incluye los entornos, estrategias, métodos, problemas o actividades, que se

desarrollan de diversas formas y metodologías; lo anterior, en conjunto de los recursos digitales e informáticos (soportado por la tecnología) que se utilizan como apoyo en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Valencia, Huertas, & Baracaldo, 2014).

### **2.2.3. Competencias en probabilidad**

A continuación se describen los contenidos relacionados con la probabilidad dentro de los lineamientos curriculares del MEN en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, estos constituyen, entre otros, una guía para el diseño de prácticas educativas que se deben desarrollar dentro de la institución, MEN, (2006). Se debe tener en cuenta que: “ Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos.” (p. 49).

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas se describen cinco tipos de pensamientos matemáticos: numérico, espacial, variacional, aleatorio y métrico (García-Quiroga, Coronado, Giraldo-Ospina, 2017). La probabilidad es parte del pensamiento aleatorio o probabilístico y los sistemas de datos, ya que se consideró conveniente por su forma de tratamiento, debido a la inmediata relación con la forma de predecir y tomar decisiones con respecto a la causalidad y el azar (Burbano-Pantoja, Valdivieso-Miranda, & Aldana-Bermúdez, 2017).

Estos estándares se dividen en cinco grupos, determinados por grados, el primero esta designado desde los grados de primero a tercero, el segundo desde los grados de cuarto a quinto, el tercero de sexto a séptimo, el cuarto de octavo a noveno y el quinto de décimo a once; en los cuales se presentan competencias subdivididas en los cinco pensamientos.

A continuación se presentan las competencias para el grado décimo y el once, de acuerdo al pensamiento matemático requerido:

#### PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS

- Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación.
- Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.
- Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta.
- Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas.
- Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).
- Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango,

varianza, covarianza y normalidad).

- Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.
- Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con remplazo).
- Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas.

Adicionalmente, en busca del fortalecimiento y la actualización dentro de la educación, con miras a un contexto tecnológico en el cual se desenvuelve el estudiante, como lo menciona Rincón Ramírez (2011), se plantean en el Plan Decenal de Educación 2006 – 2016, unos lineamientos en TIC “... orientados hacia el desarrollo de dimensiones del ser, a la construcción de la identidad nacional, la democracia y el acceso al conocimiento y la cultura mediante procesos innovadores y de calidad que incentiven el aprendizaje y la permanencia en el sistema”. Así, se proponen algunas metas en las cuales se incorporan a la educación ambientes de aprendizaje que involucren el uso y la apropiación de las TIC.

#### **2.2.4. Conceptos básicos de probabilidad**

Montes (2007) plantea que la teoría de la probabilidad busca la descripción de los comportamientos de los fenómenos aleatorios en términos de probabilidad y con la cual se plantearían modelos aleatorios o estocásticos (pág. 7).

En primer lugar es importante tener claro que en estadística / probabilidad, el procedimiento mediante el cual se trata de comprobar la o las hipótesis relacionadas con un fenómeno se le denomina experimento o suceso.

Así, dentro de las situaciones que suceden a nuestro alrededor y que se podrían diferenciar de acuerdo a la naturaleza de su procedencia, se pueden clasificar en:

- Los experimentos determinísticos, son aquellos en los que el efecto o resultado ya se encuentra determinada o establecida, por ejemplo, cuando en un examen la cantidad de respuestas acertadas es nula su calificación resulta cero, o al lanzar algún objeto pesado a una gran altura dentro del espacio cotidiano el resultado es el mismo.
- Mientras los experimentos aleatorios se caracterizan por que a pesar de las repeticiones que se hagan del experimento bajo las mismas condiciones no tiene un resultado fijo en cada una aunque estos resultados se encuentran dentro de un posible conjunto de resultados. Por ejemplo, en un encuentro deportivo entre dos equipos, aunque no se conozca con seguridad el resultado final este está definido entre ganar, perder o empatar, o al lanzar un dado hexaédrico con cada una de sus caras numeradas el resultado está definido entre los números del 1 al 6.

A este conjunto de elementos que conforman los posibles resultados dentro de un experimento aleatorio se le llama espacio muestral comúnmente simbolizado con la letra

$\Omega$ . Siguiendo las definiciones propuestas por Montes (2007), que resultan convenientes para la explicación de la temática se tiene:

Se establece que por la definición dada para  $\Omega$  como el conjunto de elementos que conforman el espacio muestral, este recibe el tratamiento propio de la teoría de conjunto, por lo cual es posible realizar todas las operaciones entre conjuntos, dando lugar a nuevos conjuntos denominados sucesos.

Pero existen ciertas características que permiten asignar un nombre específico a estos sucesos, como lo son:

- Suceso cierto o seguro: cuando al llevar a cabo cualquier experimento aleatorio es seguro que el resultado pertenecerá al espacio muestral.
- Suceso imposible: es aquel suceso que no contiene ningún resultado que designamos mediante  $\emptyset$  y que por tanto no ocurre nunca.
- Sucesos complementarios: la ocurrencia de un suceso, A, supone la no ocurrencia del suceso que contiene a los resultados que no están en A, es decir,  $A^c$ . Ambos sucesos reciben el nombre de complementarios. (Montes, 2007).

Las operaciones a realizarse entre sucesos estadísticos son:

- Unión de sucesos:  $A \cup B$ , es el conjunto resultante de dicha unión de los sucesos nombrados, ocurre cuando el resultado del experimento pertenece a A, a B, o



ambos a la vez.

- Intersección de sucesos:  $A \cap B$ , si el resultado pertenece a ambos a la vez, lo que supone que ambos ocurren simultáneamente.
- Sucesos incompatibles: Existen sucesos que al no compartir ningún resultado su intersección es el suceso imposible,  $A \cap B = \emptyset$ , por ello, sucesos incompatibles. (Montes, 2007).

### Formas de representación

La representación gráfica de datos estadísticos tiene como objetivo ofrecer una visión de conjunto de forma más directa y perceptible, y son un medio para el análisis. En estos se pueden utilizar distintas formas o símbolos que representen las características que se están trabajando.

- Sistema cartesiano: es el más utilizado. En el eje horizontal de abscisas, por lo general, se representan los valores positivos de la escala a la derecha y a la izquierda los negativos. En el eje vertical de ordenadas, los valores positivos se representan hacia arriba y los negativos hacia abajo.
- Diagrama de barras: Es una representación cartesiana, en la que en el eje de abscisas están las características o variables y en el eje de ordenadas los valores de las correspondientes frecuencias, levantando rectángulos de áreas proporcionales a las frecuencias absolutas.
- Diagrama de sectores: Es la representación en un círculo, mediante sectores

circulares de las variables. Para construirlo, las áreas de los sectores han de ser proporcionales a las frecuencias de cada modalidad.

- Polígono de frecuencias: Uniendo los extremos superiores de las barras en el diagrama de barras, se obtiene una línea quebrada abierta que recibe el nombre de polígono de frecuencias.
- Diagrama de Venn: Usa círculos que se superponen u otras figuras para ilustrar las relaciones lógicas entre dos o más conjuntos de elementos. También denominados "diagramas de conjunto" o "diagramas lógicos", se usan para el análisis y mostrar la relación entre dos o más conjuntos de datos.

### **Técnicas de conteo**

Debido a la dificultad en determinar el número posible de arreglos de un número finito de elementos, por medio de la enumeración directa ya que en muchas ocasiones durante este proceso se cometen omisiones o repeticiones. En estos casos se utiliza una serie de técnicas llamadas de conteo que facilitan este proceso.

De esta forma se toma como referente los conceptos dados sobre el tema de Wilhelmi (2004). Dentro de las técnicas podemos encontrar las siguientes, que se usan de acuerdo a ciertas características de ocurrencia en los eventos:

### **Principio de multiplicación**

Si una situación puede ocurrir de  $m$  maneras y otra de  $k$  maneras, entonces ambas situaciones pueden ocurrir de  $m*k$  maneras (Wilhelmi, 2004, pág. 14).

Por ejemplo, una persona tiene 2 formas de ir de una ciudad A a otra ciudad B; y una vez llegada a B, tiene 3 maneras de llegar a otra ciudad C, ¿De cuántas maneras podrá realizar el viaje de A a C pasando por B?

## Permutaciones

Permutar es: “variar la disposición u orden en que estaban dos o más cosas”. Pero es preciso aclarar si son o no con repetición de los datos utilizados (Wilhelmi, 2004, pág. 45). De esta forma esta disposición se puede relacionar como:

- Permutaciones ordinarias o sin repetición: como los distintos grupos que se pueden formar, de tal manera que en cada grupo entren los  $n$  elementos y que un grupo se diferencie de los demás en el orden de colocación de los elementos, para el cálculo de las permutaciones de  $n$  elementos:  $P_n = n!$  . (Wilhelmi, 2004, pág. 46).
- Permutaciones con repetición: Se llaman permutaciones con repetición de  $n$  elementos, distribuidos en  $k$  grupos de  $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k$  elementos indistinguibles, respectivamente, de tal forma que  $a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} + a_k = n$ , a las distintas configuraciones que se pueden formar con los  $n$  elementos, de tal forma que cada una de ellas se diferencie de las demás en el orden de colocación de sus elementos, excluyendo las reordenaciones de elementos indistinguibles (esto es, que pertenecen

a un mismo grupo).

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

## Combinaciones

De acuerdo a lo que menciona Wilhelmi (2004) se tiene en cuenta que en el lenguaje común, combinar es: “unir cosas diversas, de manera que formen un compuesto”. Sin embargo, el concepto de combinación tiene un significado muy concreto en matemáticas ya que puede ser entendido como “el número de conjuntos de un determinado número de elementos que se pueden formar con un universo de objetos, sin importar el orden de selección, sino qué elementos se toman”

En donde de  $n$  elementos, tomados de  $k$  en  $k$ , denotando  $nC_k$ , a los diferentes conjuntos de  $k$  elementos distintos, esto es, un conjunto se diferencie de los demás en, al menos, un elemento (no importa el orden de colocación o selección).

$$C_k^n = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

## Regla de Laplace

Tomando como definición de probabilidad la teoría clásica, sea  $E$  un espacio

muestral finito, la probabilidad de un suceso A de U (espacio de sucesos asociado a E) es igual a la proporción entre el número de casos favorables a A y el número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables (equiprobables).

Es decir:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

Y de acuerdo a Wilhelmi (2004) para los problemas que aparecen cuando no es posible afirmar que los casos son equiprobables o cuando la variable a estudiar es continua, Laplace considera los casos de un experimento aleatorio equiprobables si no existe una razón “de peso” para suponer lo contrario, es decir son equiprobables cuando hay una equivalencia a favor de cada una de las alternativas. Dicha evidencia, puede conseguirse por la repetición de un experimento en las mismas condiciones y observando la simetría de las frecuencias relativas de los casos.

### 3.1. TRADICIÓN INVESTIGATIVA

La tradición investigativa de este proyecto se enmarca en tres ámbitos específicos que se relacionan con el mismo; para esto se abordarán primero algunos trabajos que relacionan la enseñanza con el uso de TIC, además de la enseñanza de la probabilidad y estadística con las TIC, y dentro de ellos los OVA.

En cuanto a la enseñanza de la estadística apoyada por las TIC encontramos investigaciones como la de Belfiori (2014), **ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA CON RECURSOS TIC**, en donde se muestra una propuesta didáctica implementada en una escuela privada, sin servicio de wifi en las aulas, donde se quería que los alumnos desarrollaran competencias en el aprendizaje de la estadística y que utilizaran recursos tecnológicos adecuados para el análisis estadístico de datos. En los resultados se evidencia que tanto la motivación por parte de los estudiantes como la implementación de las TIC en las clases resultó positiva en el desarrollo de competencias, pero sin embargo, esta no se da automáticamente sino que necesita tiempo y compromiso por de los docentes.

En el trabajo de Araujo y Romero (2012), **USO DE LAS TIC EN EL PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE**, se evidencia un estudio en donde se analiza el uso de las distintas herramientas informáticas como apoyo a las clases y como favorecedor en el proceso de enseñanza. Es una investigación encaminada a visualizar el nivel de uso de las TIC en el proceso educativo de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de la Guajira Colombiana, en donde a través de tres dimensiones: fortalezas, debilidades y limitaciones en el uso de las TIC, se favorecen los procesos de enseñanza aprendizaje.

Rico González (2011) en su trabajo llamado **DISEÑO Y APLICACIÓN DE AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LA FÍSICA EN EL GRADO DÉCIMO DE LA IE ALFONSO LÓPEZ PUMAREJO DE LA CIUDAD DE PALMIRA** plantea la aplicación de

herramientas TIC como videos educativos y simulaciones integrados en un Ambiente Virtual de Aprendizaje bajo el modelo pedagógico constructivista, como cambio al esquema tradicional en un aula de clase con el fin de motivar y mejorar los desempeños en el área de física de los estudiantes, además de fomentar el trabajo colaborativo por medio del uso de redes sociales y aplicaciones online, con lo que permitió a los estudiantes la mejora en los procesos y actividades.

Bravo Palacios (2016) en el **DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y USO DE OBJETOS DE APRENDIZAJE OVA**, muestra una clara definición de los OVA y su aplicación como herramientas educativas poco utilizadas por los docentes además como menciona este estudio tiene como propósito “sistematizar el conocimiento sobre Objetos Virtuales de Aprendizaje, sus propiedades, métodos, herramientas y estándares para su diseño y construcción a partir de los aportes de diferentes autores”, en donde se llegó a la conclusión de que un OVA es creada para facilitar la adquisición de conocimiento, el desarrollo de habilidades y la asimilación de valores.

Rodríguez Pedraza (2014) en su trabajo sobre la **ELABORACIÓN DE UN OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE (OVA), QUE INTEGRE EL ORIGAMI COMO FACILITADOR DE LA ENSEÑANZA DE LOS SÓLIDOS EN GEOMETRÍA** muestra como con la aplicación de un OVA se lograba fortalecer el trabajo desarrollado en el aula para la enseñanza de conceptos entorno a los sólidos junto con el uso de la técnica del origami, para la mejora de conceptos geométricos mediante de diferentes recursos web y la retroalimentación de las temáticas vistas.

Entre las investigaciones enfocadas hacia la educación en el área de la estadística se tienen:

Guzmán Restrepo (2012) titulada **ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA POTENCIAR EL PENSAMIENTO VARIACIONAL A TRAVÉS DE SITUACIONES PROBLEMA, DE LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “SAN JOSÉ DEL MUNICIPIO DE BETULIA”** en donde presenta algunas estrategias didácticas para mejorar y potenciar el pensamiento variacional usando como herramienta la plataforma moodle, mediante el planeamiento de situaciones problema en aula virtual, además busca generar en los estudiantes una forma de aprendizaje autónomo y compromiso por aprender incentivando a la crítica y los cuestionamientos que puedan ser resueltos por medio de la investigación, dentro de la investigación también propone una estrategia de enseñanza significativa a la utilizada dentro de la institución, y se concluyó que para que se produzca la comprensión de un concepto se debe al interés por un determinado tema y que el planteamiento de una situación problema, permite que el estudiante se apropie del problema y le vea más sentido al aprendizaje desde el punto de vista de su significado.

Gil-Armas (2010), en su investigación titulada **PROYECTOS DE ESTADÍSTICA EN PRIMARIA**, se tienen una serie de guías de trabajo orientadas a docentes, donde se muestran situaciones cotidianas dirigidas a estudiantes de primaria mediante la aplicación de proyectos estadísticos en trabajo colaborativo; se incluye desde el



planteamiento del problema hasta la formulación de hipótesis, recolección de datos y conclusiones. Es un proyecto interesante pues además muestra algunas de las actividades que se desarrollan desde situaciones simples que se dan en el salón de clases; presenta algunas preguntas sencillas que buscan guiar al estudiante para fomentar un análisis crítico del evento que se lleva a cabo, junto con pequeños retos para su indagación.

Batanero (2011), con su libro **LA ESTADÍSTICA CON PROYECTOS**, muestra el resultado de la investigación que recopila talleres, ideas y experiencias, usando como herramienta y/o estrategia metodológica la estadística, exponiendo sus conceptos y técnicas dentro del contexto investigativo-educativo. Su libro se divide en cuatro capítulos, en el primero se explican las definiciones y conceptos claves acerca de la enseñanza de la estadística, el desarrollo del razonamiento integrando investigaciones o proyectos, también muestran algunos recursos informáticos disponibles y que pueden servir de apoyo en los temas estudiados. En el segundo hay algunos ejemplos de proyectos desarrollados en las clases de estadística. Y finalmente se encuentran los resultados obtenidos de los distintos proyectos y propone nuevos temas de investigación.

En el trabajo de Batanero, Godino & Navas (1997) llamado **CONCEPCIONES DE MAESTROS DE PRIMARIA EN FORMACIÓN SOBRE LOS PROMEDIOS**, se hace un análisis de los resultados dados por un grupo de estudiantes a un cuestionario acerca de la interpretación de la media aritmética, y validadas además por entrevistas realizadas a una muestra del grupo. Los autores concluyen que existe “la necesidad de intensificar el

estudio de estas nociones en los planes de formación de profesores, dado el nuevo énfasis sobre el tratamiento de información y el razonamiento estadístico en la reforma de la enseñanza de las matemáticas. Los ítems utilizados podrían también servir para evaluar la comprensión de los promedios en los estudiantes de primaria y secundaria.”

Pérez y Faustino (2013) muestran un estudio llamado **UTILIZACIÓN DE LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR**

**ANGOLANA**, acerca de la problemática epistemológica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de Estadística en los Institutos Superiores de Ciencias de la Educación de la República de Angola, basado en la carencia de mediadores didácticos interactivos para llevar a cabo dicho proceso. Ellos utilizaron el software IBM SPSS Statistics 20, para el procesamiento de la información y como herramienta informática.

En el estudio realizado por Barragués Fuentes, & Guisasola Aranzabal (2009) denominado **UNA PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN LA UNIVERSIDAD BASADA EN LA INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA**, se describe el diseño, implementación y la evaluación de una secuencia de enseñanza destinada a introducir los conceptos y procedimientos elementales del área de probabilidad en la enseñanza en la universidad, debido a las dificultades que presentan durante el desarrollo del tema en la cotidianidad, se evidencia una mejor comprensión de la probabilidad en su interpretación frecuencial, en el razonamiento probabilístico y en la aplicación de todo ello para la resolución de problemas.

En el trabajo realizado por Martínez Ortega (2013) llamado por **CONSTRUCCIÓN DE OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE PARA LA ADQUISICIÓN DE ESTRATEGIAS EN TÉCNICAS DE CONTEO**, se presenta el diseño y construcción de un OVA con el cual se busca mejorar las habilidades en el conteo de resultados de un experimento aleatorio por medio del uso de combinatoria, tablas de doble de entrada y diagramas de árbol, estos se desarrollan por medio de situaciones problemas. Este estudio se lleva acabo con un grupo de estudiantes de grados octavo y noveno.

En las **ACTAS DE LAS I JORNADAS EN INNOVACIÓN Y TIC EDUCATIVAS – JITICE 2010**, recopiladas por Martín-Barroso, Rubio-Sánchez y Urquiza- Fuentes, se presentan investigaciones cuyo objetivo es fomentar el uso, en el ámbito educativo, de metodologías docentes innovadoras así como las TIC. Las contribuciones presentadas en estas jornadas tienen en cuenta la enseñanza secundaria, ciclos formativos y universidad, las materias involucradas y la temática tratada que sería innovación y TIC.

M. Carmen Penalva, José Adolfo Posadas y Ana Isabel Roig muestran en la investigación **RESOLUCIÓN Y PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS: CONTEXTOS PARA EL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD (2010)**, una caracterización de la actividad de planteamiento de problemas en probabilidad por estudiantes universitarios en donde tenían que resolver un problema y generar un problema original a partir de una situación dada, involucrando en ambas tareas determinados conceptos de probabilidad, así los resultados llegaron a que la relación entre la manera de resolver los problemas y la actividad de formular problemas es compleja, pero proporciona información sobre los

procesos de aprendizaje de la probabilidad y como plantear problemas ha sido un aspecto olvidado en la investigación matemática por lo que es importante encontrar situaciones a las que se refieran los problemas, que sean originales y complejas a la vez.

En el trabajo realizado por Jorge Mario Garcia Usuga, Efraín Alberto Hoyos Salcedo y César Augusto Acosta Minoli en **EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO EN NIÑOS Y NIÑAS DEL GRADO 7° DE BÁSICA SECUNDARIA, UNA ESTRATEGIA GUIADA POR SOFTWARE EDUCATIVO (2014)** muestran los resultados al aplicar una estrategia pedagógica en el contexto con la aplicación de un software educativo como consolidación del pensamiento estadístico en los temas de medidas de tendencia central y el análisis de gráficos estadísticos, para lo cual se usan pruebas pretest y posttest en donde se concluyó que a pesar de la poca diferencia significativa el uso de la estrategia con software educativo presento algunas ventajas frente al modelo tradicional como la motivación, mejoramiento de los procesos, y una mayor disposición a expresar ideas.

En las **INVESTIGACIONES ACTUALES EN EDUCACIÓN ESTADÍSTICA Y FORMACIÓN DE PROFESORES (2011)**, Juan Ortiz muestra algunas investigaciones actuales centradas en la educación estadística y en la formación de profesores donde se tratan diferentes aspectos como el análisis de los procesos de estudio, los conocimientos para la enseñanza de la estadística, los sesgos y heurísticas sobre conceptos probabilísticos o sobre las actitudes ante estos contenidos, como conclusión se llega a que para mejorar la formación probabilística de los profesores se debe reforzar su conocimiento proponiendo una muestra de situaciones contextualizadas seleccionando

actividades adecuadas, como resolución de problemas, experimentación.

Riascos, Y. (2014) muestran una investigación llamado **EL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO ASOCIADO A LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL: UN ESTUDIO PSICOGENÉTICO SOBRE LA MEDIA ARITMÉTICA, LA MEDIANA Y LA MODA**, donde el objetivo es contribuir en la explicación de la psicogénesis de los conceptos estadísticos a través de procedimientos de aprendizaje, concluye que la interacción de los estudiantes con el conocimiento matemático, durante su formación escolar, se presenta como instrumento para la resolución de las situación propuesta.

Zapata, L. (2016) en su conferencia **¿ESTAMOS PROMOVRIENDO EL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO EN LA ENSEÑANZA?** Presenta una discusión acerca del significado de las expresiones del pensamiento estadístico basado en la tradición de la enseñanza estadística además presenta como la investigación en el aula ayuda al desarrollo del pensamiento estadístico, y finaliza mostrando ejemplos de la aplicación de la investigación estadística en el aula de clase en distintos niveles educativos.

Fernández, F. J., Romero, J. A., & Vergara, M. A. (2015) proponen una investigación llamada **RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO EN ESTUDIANTES DE UNDÉCIMO GRADO** se presentan los resultados del aprendizaje de razonamiento probabilístico a través de los elementos de análisis, mostrando de forma preliminar la prueba diagnóstica en donde se evidencian que la mayoría de los estudiantes anteponen sus creencias personales sin tener en cuenta la información dada de la situación, comprobando el

desconocimiento de las nociones y principios básicos de la probabilidad.

Jiménez-Leal, W., & Gaviria, C. (2014) en **DESARROLLO Y EL APRENDIZAJE DEL RAZONAMIENTO CAUSAL: ANÁLISIS DE UNA TENSIÓN APARENTE**, proponen un análisis sobre la teoría que pueden llegar a explicar el proceso de razonamiento causal y la integración de las habilidades de argumentación y explicación en distintos niveles, además muestran algunas diferencias entre las metodologías usadas con niños y con jóvenes, demostrando que las relaciones probabilísticas y su actualización, y que hace posible la representación de nueva información asociada con el dominio y del conocimiento previo.

Osorio Angarita, M. A., Suárez Parra, A. B., & Uribe Sandoval, C. C. (2011) en **REVISIÓN DE ASPECTOS ASOCIADOS A LA PROBLEMÁTICA DEL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD** presentan algunos de los aspectos que pueden incidir en el aprendizaje de la probabilidad organizados de acuerdo a su relación con los estudiantes, los profesores y los currículos, también mencionan algunas estrategias propuestas para facilitar el aprendizaje y un análisis de la información recolectada.

### **3. DISEÑO METODOLÓGICO**

En este apartado se incluyen los aspectos relacionados con la metodología usada teniendo en cuenta el modelo tradicional que rige a la institución, especificando los datos del estudio que lo orientan y su diseño, junto con las características de la población. Igualmente, se presentan los procedimientos e instrumentos desarrollados utilizados como técnicas de recolección y análisis de información. También se presentan las pruebas escritas, diagnóstica y final, utilizadas para la identificación y valoración de los conocimientos adquiridos por los estudiantes en la etapa inicial y en la final de la investigación.

#### **3.1. ENFOQUE Y TIPO DE INVESTIGACIÓN**

La metodología de esta investigación implica un estudio cuasi experimental, ya que lo que se busca con el desarrollo de este proyecto es la construcción de aprendizajes significativos, mediados por una herramienta OVA que sirve de apoyo y complemento a los contenidos desarrollados durante las sesiones de clase, en una temática relacionada con probabilidad, tratada en un colegio de zona rural. Como lo indica Cabré (2012), los diseños cuasi-experimentales no son aleatorios, además los requisitos no son tan estrictos como en la investigación experimental; por tanto, los datos no pueden ajustarse y no son del completo control de los investigadores.

Algunas de las ventajas que se pueden ver en este tipo de investigación son:

- Permite un acercamiento a los experimentos no aleatorios.
- Las pruebas aleatorias se pueden medir a nivel poblacional o de resultados.
- Si se realiza correctamente el estudio, los resultados son casi tan contundentes como en los no experimentales.

Y ya que los estudios cuasi-experimentales buscan, al igual que los experimentales, el establecimiento de las relaciones entre causa y efecto, pero sin cumplir con la aleatorización de grupos de los estudios experimentales, por lo que se recurre a las técnicas de pretest y posttest para evaluar el impacto de la estrategia en el grupo seleccionado. (Ato, López & Benavente, 2013, p. 10), resulta adecuado para la investigación.

Debido a las distintas estrategias de los diseños cuasi-experimentales se sigue la estrategia longitudinal expuesta por Ato, López & Benavente (2013), en donde se realiza la comparación de tipo intra-sujeto o entre medidas múltiples, dentro de la cual se distingue el diseño pretest-posttest, en el que se tiene un único grupo con medidas antes (pretest) y después (posttest) del tratamiento, y por tanto sólo emplea comparaciones intrasujetos.

En la investigación se determinó que el enfoque mixto sería el adecuado ya que como lo indica Castro & Godino (2011) en varias de las investigaciones sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas se elige este enfoque debido a la complejidad de los



procesos, pues se da prioridad a la recolección y análisis de los datos cualitativos y cuantitativos vinculándolos dentro de un mismo y único estudio, en la investigación el enfoque cuantitativo se relacionó con la adecuación de las pruebas escritas y la tabulación de los datos a partir de las mismas facilitando el análisis de los resultados obtenidos en cada etapa y confirmar el planteamiento del marco teórico y corroborar que el objetivo se alcanzó.

Mientras que para el enfoque cualitativo se utilizó la observación participante con la finalidad de recolectar información sobre situaciones que surgen en la cotidianidad del grupo y que permiten reconocer fortalezas, necesidades y comportamientos sin llegar a afectarlos (Silva-Cañaveral, 2016), además este enfoque permite respaldar la problemática mediante datos descriptivos observados y así respaldar el marco teórico.

### **3.2. POBLACIÓN**

La unidad didáctica se implementó en el Colegio Fundación Santa Rita, ubicado en el corregimiento del Pantano de Vargas, municipio de Paipa, Boyacá; institución de modelo pedagógico tradicional, donde gran parte de los estudiantes son de esta zona, pertenecientes a los estratos 1 y 2, con un núcleo familiar incompleto; la comunidad de esta zona se caracteriza por el desarrollo de actividades agrícolas y ganaderas. La mayoría de los padres de familia presentan bajo grado de escolaridad, no culminaron la primaria ya que se dedicaron a la labor agrícola y/o al cuidado de los hijos.

Debido a las características de la institución y el reducido tamaño de los grados, la investigación se lleva a cabo directamente en la población objeto de estudio seleccionada, conformada por los 9 estudiantes de núcleo común, pertenecientes al grado once de la institución, con edad promedio de 16 años (5 mujeres y 4 hombres), de los cuales 6 estudiantes no tienen acceso a computador en sus casas; la zona rural en la que se ubica el colegio dificulta el acceso a internet y los equipos de la institución son obsoletos ante el avance tecnológico actual. Por ello, se hizo uso de los dispositivos de que disponen los mismos estudiantes (3 computadores portátiles) y el computador portátil de 3 docentes de la institución.

### **3.3. PROCEDIMIENTO E INSTRUMENTOS**

La intensidad horaria para el área de matemáticas en todos los grados pertenecientes a la institución es de 6 horas semanales, cada una de ellas equivalente a 50 minutos. En el grado once se distribuyen las clases de acuerdo a las asignaturas de cálculo (4 horas), geometría (1 hora) y estadística/probabilidad (1 hora). El tiempo de trabajo en el aula para la implementación de la unidad didáctica fue de 2 meses, dentro del espacio asignado para estadística/probabilidad en el horario de clases. El trabajo de aula se adelantó durante el cuarto periodo de 2016.

Las siguientes fueron las actividades desarrolladas para cumplir el objetivo propuesto:

- Prueba diagnóstica para establecer el estado inicial y los preconceptos que los

estudiantes poseen acerca de la temática de probabilidad. (ver Anexo B)

- Identificación de los requerimientos técnicos y pedagógicos para el OVA, con el fin de que se adapte a las características de la población.
- Desarrollo de la unidad didáctica propiamente dicha, incluyendo la elaboración del OVA como parte integral del ambiente de aprendizaje.
- Validar la unidad didáctica con los estudiantes, lo cual permite establecer la funcionalidad del OVA dentro del proceso formativo, por medio de la aplicación de una prueba final (Ver Anexo F).

Los métodos e instrumentos que se aplican dentro del proceso de la investigación para la extracción de información necesaria, de acuerdo al uso específico en cada una de las fases son:

La observación participante desde la perspectiva del docente ya que a partir de allí es posible la recolección de información fidedigna de aquellas situaciones que surgen del grupo y que permiten conocer sus necesidades y patrones de conducta sin afectarlos (Silva-Cañaveral, 2016).

Como instrumento de recolección de datos dentro de esta se utiliza el diario de campo (ver Anexo C) el cual permite ordenar y plasmar los aspectos más importantes de la práctica investigativa, ya que a través de la práctica se obtienen conocimientos que se enlazan con la teoría que la orienta, este diario de campo se organiza desde tres aspectos fundamentales, la descripción de la relación con la situación de estudio y las

situaciones en el contexto, argumentación al relacionar con finalidad de profundización de las relaciones y situaciones que se han descrito anteriormente, e interpretación de la información plasmada. (Martínez, 2007).

El diario de campo se elaboró sin un formato específico ya que lo que se buscaba con este era la descripción de los hechos ocurridos durante cada una de las sesiones de clase, sin embargo a partir de estos se logra la referencia con respecto a la evolución observada por parte del docente a lo largo de la implementación de la unidad didáctica.

A partir de esta información se recolectaron datos con los cuales fue posible definir los antecedentes, recursos y procedimientos para la construcción de la unidad didáctica y el OVA que fue utilizado como herramienta para la retroalimentación y refuerzo de las temáticas desarrolladas durante las sesiones de clase. También se realiza el análisis de cada una de las actividades mediante la observación del comportamiento de los participantes durante la implementación del OVA y la socialización de la experiencia.

La investigación se adelantó de acuerdo con los lineamientos éticos establecidos en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, para lo cual se gestionó el consentimiento informado con las directivas del colegio, (ver anexo D).

### **3.4. PRUEBAS ESCRITAS Y VARIABLES A ANALIZAR**

Las variables de estudio están determinadas por el diseño de la investigación, a

partir de los instrumentos de recolección de datos. Se tiene como variable dependiente la adquisición y/o mejoramiento de las competencias básicas de probabilidad elegidas para esta investigación, siendo esta variable de tipo cualitativo. La variable independiente está definida con respecto al ambiente de aprendizaje, sin y con la mediación del OVA durante el desarrollo de la temática.

Con el fin de establecer el estado inicial de los estudiantes frente a los conceptos básicos en probabilidad, se planteó un cuestionario con siete situaciones problema enfocadas a la valoración de las competencias básicas en probabilidad que propone el MEN; en la tabla 1 se relacionan tres de estas competencias con la situación planteada dentro de la prueba; tanto estas situaciones problema como las usadas dentro de la prueba final fueron tomadas y adaptadas de un cuestionario ya realizado sobre temas de probabilidad encontrado en <http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicasB/probabilidad.pdf> y adaptaciones de algunas situaciones planteadas en [http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/2000/2008/html/42\\_tablas\\_de\\_contingencia.html](http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/2000/2008/html/42_tablas_de_contingencia.html)

*Tabla 1 Relación competencia y Situación problema en la prueba diagnóstica.*

<b>Competencia</b>	<b>Situación planteada dentro de la prueba</b>
Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos. Interpreto conceptos de conteo y probabilidad.	<p>1. Una familia conformada por tres personas: A, B y C, que hacen parte de un grupo de estudio que siempre tiene un orientador en cada uno de los salones: 1, 2 y 3. Un día en específico, a cada uno de los miembros de la familia le corresponde un orientador al azar. Si es requerido el registro del número de salón asignado a cada miembro de la familia, los posibles resultados serían:</p> <p>2. Una persona tiene para ir desde su casa al trabajo cuatro</p>

Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos. Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.

Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos.

camino diferentes, para ir del trabajo al restaurante otras cinco, mientras que de la casa al restaurante sólo son dos. Si la ruta varía según la hora y el medio de transporte que se utilice ¿de cuantas maneras puede hacer este recorrido?

3. En un juego, se extraen sucesivamente tres pines de una bolsa que contiene 6 blancas, 8 rojas y 10 verdes. ¿Cuál es la probabilidad de sacar, en orden, un pin rojo, blanco y verde?

4. En un colegio hay 200 estudiantes matriculados en bachillerato, de ellos 150 estudian inglés, 80 juegan baloncesto y, 40 juegan baloncesto y estudian inglés. Plantee una tabla que organice los datos suministrados anteriormente. Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta sea: a. Un estudiante que juegue baloncesto y estudie inglés; b. Un estudiante que solo estudie inglés; c. Un estudiante que solo juegue baloncesto.

5. Un grupo de personas distribuidos de la siguiente forma: 27 mujeres y 23 hombres, además entre ellos hay 15 mujeres y 8 hombres que son zurdos. Organice los datos suministrados anteriormente. Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta sea: a. Un hombre zurdo; b. Sea una persona diestra; c. Una mujer diestra; d. Sea hombre

6. En un estudio realizado en un colegio para determinar la cantidad de celulares que tienen los 20 alumnos de grado once, de ellos 7 son hombres de los cuales 4 tienen celular y 8 de las mujeres también. Complete la siguiente tabla y responda: Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta: a. Sea un hombre sin celular; b. Un alumno con celular; c. Sea una mujer con celular; d. Sea mujer

7. Para la siguiente tabla, plantee una situación con una pregunta resuelta:

		SEXO		
		HOMBRE	MUJER	MARGINAL
FUMA	SI	65	58	123
	NO	43	67	110
	MARGINAL	108	125	233

En la tabla 1 se presentan las tres competencias básicas en probabilidad seleccionadas,

las cuales buscaban contribuir al aprendizaje y desarrollo de habilidades por medio de la mejora en el razonamiento, toma y deducción de situaciones que suceden a su alrededor, para lo cual se plantean siete situaciones problema orientadas a la valoración de la comprensión de aquellas competencias.

## 4. PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD

En este apartado se encuentran las descripciones didácticas de la propuesta para la enseñanza, incluyendo la unidad didáctica con las temáticas que la componen y los objetivos a alcanzar, el diseño desarrollado en la estructura de construcción del OVA y la estrategia didáctica a aplicar en el aula.

### 4.1. UNIDAD DIDÁCTICA PROPUESTA

La estructura de la Unidad Didáctica propuesta, UD, busca un aprendizaje significativo de la probabilidad y contiene los objetivos de aprendizaje, contenidos, metodología empleada, recursos humanos y materiales, tiempo y evaluación. Los contenidos de la UD se organizaron en 5 unidades temáticas mostradas en la tabla 2, que integran contenidos específicos a trabajar relacionándolos con los objetivos propuestos que se esperan alcanzar con el grupo de estudiantes; cada unidad está formada por el texto guía que la institución seleccionó adecuado al contexto en el que se desenvuelve la población.

*Tabla 2 Unidades temáticas - objetivos*

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETIVOS
Unidad 1: Conceptos básicos: Espacio muestral y experimentos aleatorios	Reconocer el concepto de espacio muestral y explicarlo de forma clara y concisa.



	<p>Definir elementos que conforman un espacio muestral.</p> <p>Conocer los conceptos de experimento aleatorio e identificarlos en diferentes situaciones planteadas.</p>
Unidad 2: Sucesos aleatorios, clases y operaciones entre sucesos	<p>Distinguir los distintos tipos de sucesos que forman parte del espacio muestral.</p> <p>Clasificar sucesos aleatorios de acuerdo a sus características.</p> <p>Realizar operaciones entre sucesos que son posibles.</p>
Unidad 3: Técnicas de conteo	<p>Aplicar los principios aditivo y multiplicativo para resolver problemas.</p> <p>Identificar y resolver ejercicios con permutaciones y combinaciones. Representar gráficamente el total de eventos que resultan de un experimento.</p>
Unidad 4: Regla de Laplace	<p>Identificar y aplicar la regla de Laplace en el desarrollo de ejercicios.</p> <p>Analizar y resolver situaciones problema que se le planteen.</p>
Unidad 5: Propiedades de probabilidad	<p>Identificar propiedades de probabilidad. Aplicar correctamente los teoremas básicos de probabilidad.</p>

En las sesiones de clase previstas para las unidades temáticas se inició con la introducción al tema y su contextualización; se brindó la teoría necesaria de acuerdo al texto guía de la institución; a partir de ejemplos y ejercicios desarrollados durante la clase, se aclaran las dudas o ideas erróneas sobre los conceptos y finalmente se realiza la valoración del aprendizaje realizado.

A continuación se muestra cada una de las temáticas para las cinco unidades.

## Unidad 1: Conceptos básicos: Espacio muestral y experimentos aleatorios

- Concepto de experimento

- Clases de experimentos

- Espacio muestral

## Unidad 2: Sucesos aleatorios, clases y operaciones entre sucesos

- Concepto evento o suceso

- Clases de sucesos

- Operaciones entre sucesos

## Unidad 3: Técnicas de conteo

- Principio de multiplicación

- Combinaciones

- Permutaciones

- Diagramas de árbol

## Unidad 4: Regla de Laplace

- Concepto de probabilidad

- Aplicación de regla y ejercicios

## Unidad 5: Propiedades de probabilidad

Los temas abordados dentro de la unidad didáctica fueron seleccionados de acuerdo con

las necesidades de los estudiantes según los conocimientos previos y a las temáticas planteadas, tanto en el plan de aula de la asignatura como en el libro guía que estipula la institución, además cada unidad se diseñó con el fin de desarrollar en el grupo de estudiantes las competencias básicas en probabilidad que propone el MEN.

#### **4.1.1. Etapa de elaboración de la Unidad Didáctica**

Para la elaboración de la unidad didáctica se tienen en cuenta las etapas que propone Estaire, S. (2007), establecidas de la siguiente manera:

1. **Etapa de diagnóstico:** durante la cual se definen características básicas para su desarrollo, como el grupo y el área en el cual se va a trabajar, en base a las falencias observadas por parte del docente durante el desarrollo de las clases y en los contenidos planteados en el plan de área de matemáticas, que junto con el modelo tradicionalista del colegio se retoma de un texto guía que trata con poca profundidad dicha temática, impidiendo que los estudiantes alcancen las competencias establecidas por el MEN en el estudio de la probabilidad.

Así se plantea la estrategia adecuada para favorecer el aprendizaje significativo a través de una unidad didáctica, debido al servicio deficiente de internet en la institución, resulta práctica y adecuada la aplicación de Objetos Virtuales de Aprendizaje que puedan emplearse de forma local.

Una vez establecidos estos direccionamientos se plantea y aplica un cuestionario

con el fin de establecer el estado inicial de los estudiantes con respecto a la aplicación en la resolución de situaciones usando conceptos básicos de probabilidad.

2. **Etapas de diseño:** se plantean los objetivos conceptuales a trabajar durante la aplicación de la unidad didáctica, estos se encuentran plasmados en la tabla 2, de acuerdo a los objetivos procedimentales se encuentran establecidos de acuerdo a las competencias básicas en probabilidad seleccionadas en la tabla 1, los contenidos seleccionados se dan gracias al plan de área de matemáticas y al texto guía de la institución, en donde se replantean las actividades dentro del contexto en el que se encuentran los estudiantes para facilitar el aprendizaje significativo y que fomenten el desarrollo de sus capacidades y habilidades en la resolución de situaciones (toma de decisiones, trabajos colaborativos y autónomos, argumentación de respuestas y uso adecuado del lenguaje, análisis de datos e información suministrada), siendo flexible ante los imprevistos que puedan surgir a lo largo de la aplicación de la UD.

En el momento de realizar actividades es importante estimular la participación, interacción y reflexión sobre las acciones desarrolladas por cada uno de los participantes; a lo largo de la implementación de la UD el docente debe estar al tanto de la complementación y refuerzo de las actividades y conceptos que no hayan sido comprendidos por cualquiera de los estudiantes.

3. **Etapas de aplicación:** durante esta fase se lleva a cabo la aplicación de la UD de acuerdo a la estructura planeada, junto con la solución de las actividades y la implementación del OVA como retroalimentación y refuerzo de los contenidos seleccionados. A lo largo de la UD los estudiantes deben estar comprometidos con el desarrollo de cada una de las actividades y de seguir las instrucciones que se dan para las mismas, junto con la apropiación del desarrollo de estrategias de aprendizaje usadas para su aprovechamiento y el mejoramiento de sus habilidades, hacia el final del proceso en el cual el estudiante debe superar las en su mayoría las fallencias que presentaba en un inicio, desde el punto de vista procedimental y conceptual.
4. **Etapas de evaluación:** para valorar el proceso de aprendizaje esperado, se realiza a partir de los resultados a lo largo de la aplicación de la unidad didáctica y sobre los resultados de la prueba final, verificando los logros obtenidos en relación con las competencias básicas seleccionadas en probabilidad. Comparando los resultados de la prueba sobre los objetivos planteados en cada uno de los contenidos seleccionados.

#### **4.1.2. Estructura de la Unidad Didáctica**

La estructura de la unidad didáctica realizada se encuentra organizada en la tabla 3, en donde se muestran especificados el título, descripción, contenidos, objetivos, estrategias metodológicas a utilizar, las actividades a realizar descritas de modo

generalizado, los recursos o materiales y la evaluación, adecuados al modelo tradicional que se imparte en la institución.

Tabla 3 Estructura Unidad Didáctica

<b>Unidad didáctica:</b> <b>APRENDE PROBABILIDAD</b>	
<b>Descripción / Justificación</b>	Las actividades planteadas en esta unidad didáctica están orientadas a la adquisición y/o mejoramiento de las competencias básicas en probabilidad seleccionadas en la tabla 1. Los contenidos de esta unidad didáctica se diseñan de forma que se obtenga un aprendizaje significativo de la temática, como base en su futuro profesional.
<b>Objetivos</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconocer los conceptos de espacio muestral y experimento aleatorio y explicarlos de forma clara y concisa, e identificarlos en diferentes planteadas.</li> <li>2. Distinguir los distintos tipos de sucesos que forman parte del espacio muestral y clasificarlos de acuerdo a sus características.</li> <li>3. Realizar operaciones entre sucesos que son posibles.</li> <li>4. Aplicar las técnicas de conteo para resolver problemas.</li> <li>5. Identificar y aplicar la regla de Laplace en el desarrollo de ejercicios. Analizar y resolver situaciones problema que se le planteen.</li> <li>6. Identificar propiedades de probabilidad. Aplicar correctamente los teoremas básicos de probabilidad.</li> </ol>
<b>Contenidos</b>	<p>Unidad 1: Conceptos básicos: Espacio muestral y experimentos aleatorios</p> <p>Unidad 2: Sucesos aleatorios, clases y operaciones entre sucesos</p> <p>Unidad 3: Técnicas de conteo</p> <p>Unidad 4: Regla de Laplace</p> <p>Unidad 5: Propiedades de probabilidad</p>
<b>Estrategias metodológicas</b>	La unidad didáctica comienza con el acercamiento a la temática dando explicación y ejemplificación de las aplicaciones en el diario vivir del concepto de probabilidad y azar desde las diferentes perspectivas profesionales y personales, mencionando además la importancia de su

---

aprendizaje y comprensión como base en construcción de nuevos conocimientos, como final de esta parte se cuestiona acerca de las aplicaciones observadas por parte de cada uno de los estudiantes en distintos sectores y describiendo su importancia desde su punto de vista, argumentando cada una de las respuestas aportadas.

A continuación se da inicio a la explicación de los diferentes conceptos referentes a los contenidos ya estipulados con antelación de acuerdo al plan de aula y el texto guía, relacionándolo con el contexto en el que se encuentran y por medio de la estructura tradicionalista de las clases, se dan las explicaciones de algunos ejercicios del tema adaptados al contexto y la realización de actividades dinámicas para mejorar la comprensión (juegos, actividades lúdicas, mesas redondas, entre otras).

El desarrollo de los ejercicios se realiza de forma verbal y escrita tanto individual como grupalmente, a partir de las actividades descritas en el texto guía adaptadas a la terminología adecuada y el contexto en que se desenvuelven los estudiantes. Enfatizando en el planteamiento de situaciones hipotéticas referentes al tema tratado en el momento usando el lenguaje adecuado.

Como complemento y retroalimentación de los temas vistos en las clases y como refuerzo al conocimiento adquirido, se aplica el OVA diseñado, distribuido dentro de cada una de las clases dependiendo de la temática desarrollada dentro de la misma.

Como fase final de la unidad didáctica se realiza la valoración por parte de los estudiantes y docente en donde se expresaban sus opiniones sobre la actividad desarrollada.

---

**Recursos o materiales**

Los recursos necesarios para desarrollar la unidad didáctica fueron el texto guía aprobado por la institución, los documentos en los cuales se basan las explicaciones de las aplicaciones de las temáticas con respecto a algunas profesiones, las instalaciones y dotación de la institución en que se llevó acabo las actividades, además de los equipos que poseen los mismos estudiantes y docentes. El OVA diseñado como complemento a la UD.

Los recursos humanos necesarios se limitan al docente y el grupo de estudiantes.

---

<b>Evaluación</b>	<p>Con respecto a la valoración del aprendizaje, durante la última sesión se lleva a cabo una evaluación formativa del aprendizaje de los estudiantes en cada uno de los contenidos, además de la observación directa y participante con el fin de analizar y reorientar el proceso de enseñanza en caso de ser necesario.</p> <p>La unidad didáctica se evalúa por medio de la recolección de las apreciaciones y conclusiones de los estudiantes de forma oral junto con la solución de un cuestionario final que valora el cumplimiento del objetivo general, que es el mejoramiento y/o adquisición de algunas de las competencias básicas en probabilidad.</p>
-------------------	---

#### **4.2. OVA PARA LA ENSEÑANZA DE PROBABILIDAD**

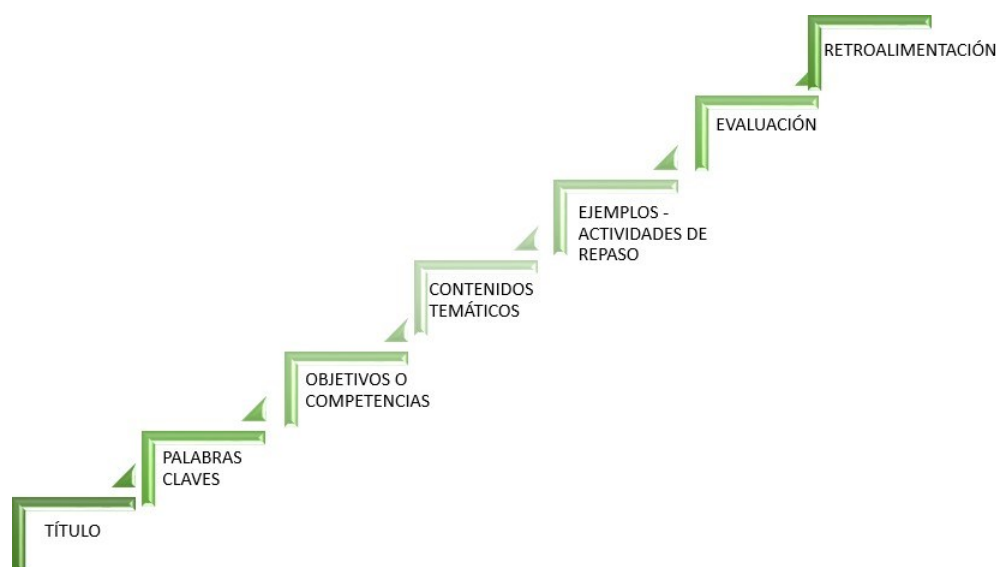
El Objeto Virtual de Aprendizaje, OVA, se desarrolló a partir de la identificación de los requerimientos funcionales, entendidos como la descripción de aquellos servicios y funciones para su aplicación (Reyes-Caballero, Fernández-Morales, & Duarte, 2015). Entre ellos se tienen: la visualización del contenido abordado, la presentación de la temática en forma clara y ordenada, de modo que permita al estudiante comprender cada uno de los conceptos tratados; igualmente se consideran actividades para practicar y afianzar el conocimiento adquirido, realizando al mismo tiempo un proceso de retroalimentación y evaluación de los conceptos desarrollados; la gestión del contenido se hace por medio de imágenes, actividades y ejemplos de forma sencilla.

Como lo indica De Moya-Martínez, Bravo, Bravo, & Gutiérrez (2009) las actividades que se plantean en cada uno de los contenidos tienen como objetivo final la mejora en la forma de aprender y las competencias que en un futuro los lleven al éxito en la vida



profesional, en este sentido las actividades se presentan en forma de situaciones problema o aplicaciones en busca de una solución lógica por parte de los estudiantes, articulando conceptos estudiados con antelación dentro de las jornadas académicas.

El contenido se estableció a partir de las deficiencias identificadas en la prueba diagnóstica, y se basa en las cinco unidades temáticas propuestas en la sección anterior. El OVA se elaboró con el software Adobe Dreamweaver CS6, de acuerdo con los componentes para un material de este tipo, como se presenta en la figura 1.



*Figura 1 Componentes del OVA*

En su mayoría los OVA presentan una estructura que busca contribuir al aprendizaje del estudiante, dentro de estos componentes se muestra en la figura 1 las palabras clave y los objetivos que expresan explícitamente lo que se va a aprender, luego los contenidos y ejemplos en donde se da a conocer el tema mediante la representación de distintos tipos de conocimientos como definiciones, explicaciones y tareas a realizar con el fin de hacer significativo el aprendizaje, y finalmente la evaluación y retroalimentación

corroborando el correcto conocimiento del tema y buscando el mejoramiento de los mismos.

#### **4.2.1. Etapas de construcción y desarrollo del OVA**

Para la construcción del OVA se tomó como guía el modelo instruccional que proporcionan Dick, Carey and Carey (2005), en el cual se plantea las etapas a partir de la relación entre el contexto, aprendizaje e instrucción, en donde el proceso parte de la identificación de las metas y finaliza con la evaluación del mismo. Las etapas aplicadas en la construcción del OVA fueron las siguientes:

- Identificar la meta instruccional: identificar qué es lo que se quiere que el estudiante sea capaz de hacer al final del proceso mediante la identificación del aprendizaje que se requiere por parte del estudiante para lograr el objetivo.

Objetivo: mejorar / adquirir las competencias básicas en probabilidad de forma que constituyan un aprendizaje significativo real como base para su futuro profesional.

- Análisis de los estudiantes y del contexto: se identifican las características del grupo de estudiantes y el contexto en donde se aplicará.

Contexto: La UD se aplicará a 9 estudiantes de núcleo común con edad promedio de 16, pertenecientes a grado once del Colegio Fundación Santa Rita, ubicado en el corregimiento del Pantano de

Vargas en Paipa, Boyacá. La institución se ubica en la zona rural, en donde se presentan dificultades al acceso a internet y los equipos resultan obsoletos ante la aplicación del OVA ya que la institución dispone de una sala de informática en la cual hay 7 equipos de cómputo con software Microsoft Office 2003, destinados al uso de la parte administrativa y a las clases de informática de los estudiantes. El grado once tiene una intensidad horaria de 6 horas semanales de 50 minutos en donde una de estas se destina a estadística/probabilidad.

- Desarrollo de instrumentos de evaluación: se establecen los criterios de valoración de los logros obtenidos, junto con los instrumentos y pruebas para evaluar la adquisición/mejoramiento de las competencias básicas en probabilidad con la mediación del OVA.
- Elaboración de la estrategia instruccional: se identifican las estrategias a utilizar, los medios y recursos.

Propuesta: la elaboración de un OVA como apoyo a las temáticas que se presentan en probabilidad de acuerdo al plan de aula y a la guía del texto usado por la institución, mediante el planteamiento de definiciones, ejemplos y actividades.

- Desarrollo y selección de recursos instruccionales: se utiliza la estrategia para

llevar acabo la instrucción.

Metodología: Construcción de un OVA con unidades orientadas a reforzar y retroalimentar las habilidades en las competencias básicas de probabilidad. Se utilizan actividades desarrolladas con el software Adobe Dreamweaver CS6 ejecutando el servidor de prueba en un equipo local para el uso del estudiante como refuerzo de las temáticas vistas durante las sesiones de clase.

- Diseño y desarrollo de la evaluación formativa: una vez se finalice con la elaboración del proceso se deberá recopilar la información para su retroalimentación y se analiza para la toma de decisiones dentro de la estrategia didáctica.

#### **4.2.2. Estructura del OVA**

La figura 2 presenta los contenidos básicos de probabilidad incluidos en el OVA, los cuales permiten desarrollar las competencias propuestas en la tabla 1. Estos contenidos se corresponden con los de la UD y con los presentados en el texto guía que sigue la institución. La estructura de cada tema toma como fundamento la explicación de las definiciones, ejemplos contextualizados, desarrollo de ejercicios planteados durante la clase y una valoración de los conocimientos adquiridos.

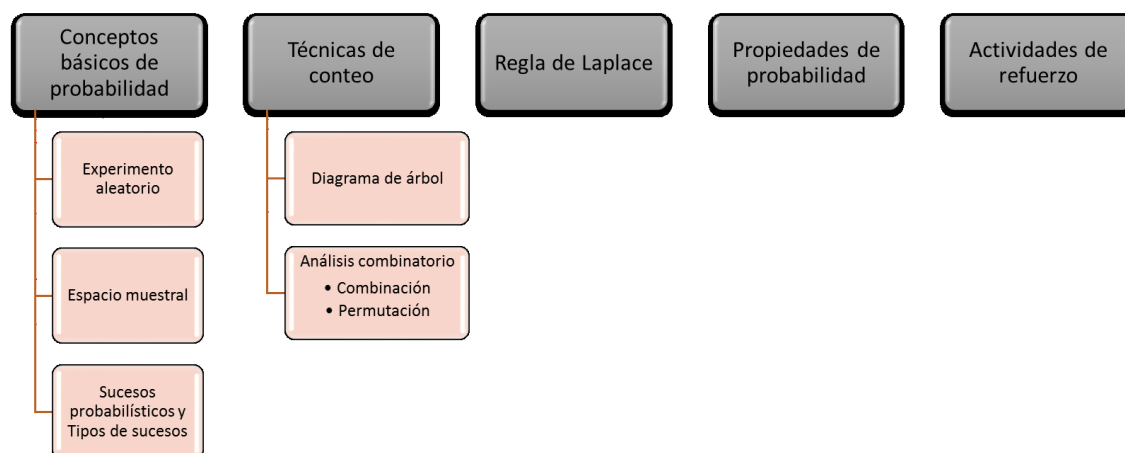


Figura 2 Contenidos del OVA

Como lo menciona Leguizamón González (2006) el diseño de un MEC resulta complejo debido a los procesos que los rodean, no solo aquellos conocimientos informáticos sino pedagógicos, por eso es importante seguir una metodología para desarrollar este tipo de software educativo, como lo menciona el autor, según Galvis (1993), este material debe ser útil, utilizable y educativo, ya que su objetivo terminal es apoyar el aprendizaje. El autor destaca la revisión hecha sobre algunas metodologías de desarrollo de software, de la cual concluye que estas “coinciden en establecer como mínimo una etapa de análisis, otra de diseño y/o desarrollo, pruebas y finalmente implementación del producto”.

En general se toma como guía las etapas mencionadas por Álvaro Galvis Panqueva en metodología para el desarrollo de materiales educativos computarizados, desarrollados para el OVA de la siguiente manera:

1. Análisis de necesidades educativas
2. Planeación del desarrollo y diseño del OVA
3. Entorno para el diseño del OVA
4. Diseño educativo del OVA
5. Desarrollo del OVA
6. Prueba del OVA

Así, el OVA se diseñó bajo los requerimientos que presenta el software Adobe Dreamweaver para computador y tablets, y los requisitos del programa como Microsoft Windows XP con Adobe Creative Suite 5.5. y Java Runtime Environment 1.6.

El OVA inicia con una portada como se muestra en la figura 3, la cual presenta el título del OVA, un mensaje de bienvenida y un video en el cual se presenta el origen de la teoría de probabilidades.

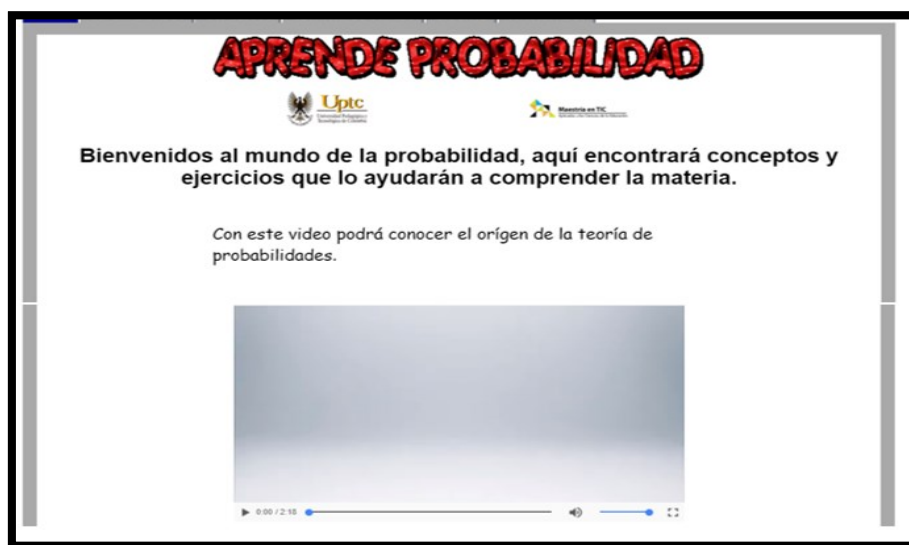


Figura 3 Portada del OVA

Dentro del OVA se presenta una ventana de generalidades que se muestra en la figura 4, la cual presenta el objetivo del OVA y los contenidos que se encuentran en el OVA y un glosario con algunos conceptos necesarios para la comprensión del tema.



Figura 4. Generalidades OVA

En la figura 5 se presenta uno de los contenidos del OVA, en este caso las técnicas de conteo, en la cual se muestra la sección una imagen y la descripción del uso de permutaciones y combinaciones, además en la parte lateral se encuentra un listado con algunas de las técnicas de conteo más utilizadas, de manera que al ingresar en cada una de ellas se encuentran las definiciones y ejemplos sobre estos, al final del listado se encuentra una actividad referente a la temática que refuerza y valora el aprendizaje adquirido sobre las mismas.



Figura 5 Conceptos técnicas de conteo

La figura 6 muestra las propiedades de probabilidad en donde se encuentran sus definiciones y la explicación por medio de ejemplos gráficos, para acceder a cada propiedad haciendo click sobre cada botón que muestra la representación simbólica.

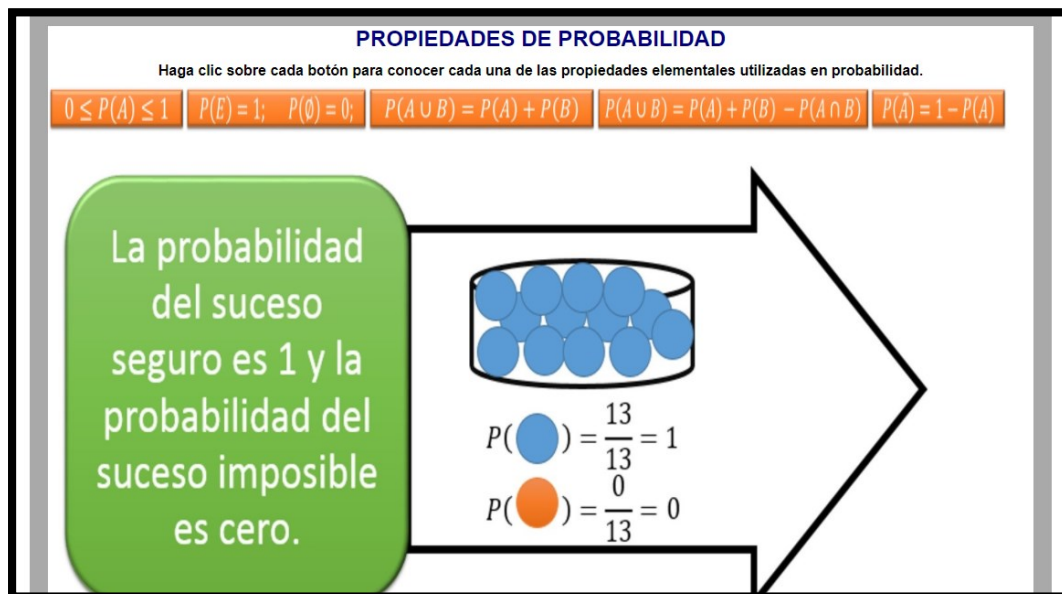


Figura 6 Pantalla propiedades de probabilidad



En la figura 7 se observa una de las actividades que evalúa los conceptos contenidos en el OVA, por medio del análisis de los cuestionamientos enunciados y la escritura de la respuesta correcta; ellas permiten al estudiante conocer el acierto o no en cada pregunta de forma simultánea.

**DETERMINACIÓN DE  
EXPERIMENTOS ALEATORIOS**

Escriba "si" si las siguientes situaciones corresponden a experimentos aleatorios de lo contrario escriba "no", corrobore su respuesta dando clic sobre el símbolo.

Lanzar al aire una moneda y observar si cae cara o sello	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>
Marcar el número de celular de tu mamá	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>
Presentar un examen	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>
Lanzar un balón de fútbol al aire y medir el tiempo que tarda en caer	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>
Lanzar un dado	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text"/>

Figura 7 Ejemplo de actividad en el OVA

En la figura 8 se presenta otra de las actividades que valora la correcta comprensión del concepto de espacio muestral basado en la relación de enunciados de experimentos aleatorios con el conjunto solución a través del arrastre de botones, esta actividad además permite que el estudiante conozca de forma inmediata su acierto por medio de un mensaje simultáneo.



Figura 8 Actividad espacio muestral

El Ova construido se encuentra disponible en el siguiente enlace [OVA Aprende Probabilidad](#)

#### 4.3. ESTRATEGIA DIDÁCTICA

La estrategia didáctica, diseñada para fomentar el mejoramiento de las competencias estipuladas por el MEN, para las temáticas de probabilidad con el uso de un OVA diseñado como apoyo a las temáticas que se presentan dentro del área, tuvieron como base el modelo tradicional que se emplea en la institución. La clase magistral sigue el proceso de “Título, definición, ejemplo, ejercicios y evaluación”, guiados por un texto guía establecido por la institución.

En este sentido, se implementó la UD, enfocada al aprendizaje de la probabilidad, cuya implementación está mediada por el OVA descrito en la sección anterior. La estrategia didáctica se adelantó en la institución dentro del tiempo destinado a la asignatura, durante dos meses, con sesiones de 50 minutos semanales cada una. En este periodo se

desarrollaron clases con metodología tradicional, por ser esta la establecida por la institución. En las actividades se integró el OVA como recurso de retroalimentación y refuerzo de la temática, el cual se realiza a través de situaciones problema planteadas para su aplicación dependiendo de la temática desarrollada en cada una de las sesiones de clase.

La intervención en el aula en cada una de las sesiones de clase inicia bajo la siguiente estructura:

#### *Estrategia metodológica Introducción / contextualización*

Para tener un acercamiento a la temática sobre probabilidad, se inicia con la explicación de algunas situaciones cotidianas en las cuales se ven integrados uno a uno cada concepto tratado en la sesión de clase, mencionando además la importancia de su aprendizaje y comprensión.

#### *Desarrollo de temática Conceptualización*

Luego el docente inicia con la explicación de los conceptos referentes a los temas estipulados de acuerdo al plan de aula basados en el texto guía de la institución.

#### *Ejercitación*

A partir de los conceptos suministrados se procede con algunos ejemplos y ejercicios de los mismos, desarrollados de forma verbal, socializando los resultados obtenidos con los mismos estudiantes de manera que sea visible la

interacción entre el grupo.

En esta parte, los estudiantes también desarrollan talleres de competencias en forma grupal e individual, los cuales hacen parte de los textos guías con que cuenta la institución, a partir del cual será posible determinar algunas de las expresiones y argumentaciones – redacción que plantean a la hora de dar a conocer sus opiniones a los demás participantes.

La actividad individual se desarrolla planteando situaciones hipotéticas junto con eventos o sucesos basados en las mismas plasmándolos por escrito. Una vez realizado se explican los procedimientos que realizaron para su proceso. Antes de finalizar con la unidad se hace referencia a la importancia del lenguaje usado para plantear situaciones.

Como retroalimentación de los temas vistos en las clases y como refuerzo al conocimiento adquirido, se aplica el OVA diseñado para la implementación de la UD.

### *Evaluación*

La evaluación del aprendizaje se realizará a través de la observación aleatoria de algunos estudiantes en el desarrollo de la actividad, al igual que en el momento de socialización y retroalimentación de las actividades. El taller de competencias del texto guía pertinente para esta temática también forma parte de la evidencia de lo aprendido y discutido en clase. Durante esta última sesión se lleva a cabo una

evaluación formativa del aprendizaje.

### *Recursos o materiales*

Los materiales y recursos son limitados por las instalaciones e implementos con que cuenta la institución, trabajo en los textos guías aprobados, documentación para realizar las actividades prácticas y teóricas. OVA diseñado como complemento a la UD.

## **5. IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA EN UNA INSTITUCIÓN RURAL**

En este capítulo se encuentran la descripción y los resultados obtenidos de la aplicación de la unidad didáctica en la institución al grupo población, iniciando por el análisis de los resultados de la prueba diagnóstica en asociación con las competencias en probabilidad a mejorar, luego la implementación de la unidad en grado once y finalmente los resultados obtenidos en la prueba final como elemento de validación del conocimiento adquirido, junto con la discusión a partir de los resultados obtenidos.

### **5.1. PRUEBA DIAGNÓSTICA**

Con el fin de establecer el estado inicial de los estudiantes frente a los conceptos básicos en probabilidad, se plantea un cuestionario con siete situaciones problema enfocadas a la valoración de las competencias básicas en probabilidad que propone el Ministerio de Educación Nacional, MEN. Esto se presentó en la tabla 1, en el capítulo de diseño metodológico.

Los datos determinados con la prueba diagnóstica fueron valorados a partir del planteamiento, procedimiento desarrollado y respuesta obtenida en cada una de las situaciones formuladas en el cuestionario; los resultados se clasificaron en correctos, incorrectos y sin solución. La tabla 4 muestra las competencias a desarrollar y reforzar, junto con la cantidad de estudiantes clasificados de acuerdo a los resultados en cada

una de las situaciones del cuestionario.

*Tabla 4 Resultados prueba diagnóstica*

Competencia	Situación en la prueba	RESULTADOS DE LOS ESTUDIANTES		
		Incorrecta	Correcta	Sin Solución
Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos.  Interpreto conceptos de conteo y probabilidad.	1	0	9	0
	2	7	0	2
	3	5	0	4
Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos.  Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.	4	9	0	0
	5	9	0	0
	6	9	0	0
Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos.	7	4	4	1

De acuerdo con los resultados de la tabla 4, se puede observar que los estudiantes poseen falencias en las tres competencias planteadas y valoradas por las situaciones de la tabla 1.

En este sentido, para el planteamiento del espacio muestral necesitaron la enumeración de los datos que debían relacionar para la solución de problemas usando conceptos básicos. En lo que respecta a inferencias basadas en razonamientos estadísticos, la

confusión se relacionó con la probabilidad condicional pues los 9 estudiantes fallan en el análisis de los eventos cuando se plantean dos características a un solo elemento. Sin embargo, en el planteamiento de situaciones a partir de datos dados, 4 de los 9 estudiantes lo hacen de forma coherente, mientras que los 5 restantes presentan falencias en la aclaración de la información que se pide mostrar, justificar y resolver; esto indica las dificultades de la mayoría de los estudiantes a la hora de plantear problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad. (Ver anexo C)

## **5.2. IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA EN GRADO ONCE**

Las sesiones de clase inician con la introducción de los contenidos de cada unidad, como se muestra en la figura 9, con el diálogo y la socialización de aplicaciones de los mismos por parte de los estudiantes. A partir de los conocimientos y ejemplos cotidianos, se inicia con la conceptualización de las definiciones planeadas para cada tema de acuerdo con lo determinado en el texto guía. Igualmente, se hace la explicación de los respectivos ejemplos y el afianzamiento mediante el desarrollo de ejercicios implicando la aplicación de procedimientos adecuados y el despeje de las dudas que puedan ir surgiendo durante las clases.





*Figura 9 Introducción a las temáticas*

La valoración final de la comprensión de la temática en cada actividad se da por medio de la solución de trabajos extraclase asociados a lo visto, o con talleres en los cuales sea posible proporcionar evidencias de la eficacia y efectividad del conocimiento adquirido.



Figura 10 Desarrollo de talleres y situaciones en clase

En la figura 10 se muestra el desarrollo de una actividad dentro del aula, donde se adelantó la solución de tareas individuales y grupales, con el fin de fomentar el trabajo colaborativo y la interacción con distintos recursos.

En cuanto a la valoración de lo aprendido en cada unidad temática, los resultados se plasman en las pruebas escritas resumidas en la tabla 4. En ella se muestran las calificaciones obtenidas por los estudiantes según el contenido de los temas correspondientes, y de acuerdo a los resultados obtenidos en la prueba final aplicada.



*Figura 11 Implementación del OVA*

En la figura 11 se muestra la interacción de los estudiantes pertenecientes a la población de estudio frente al OVA diseñado como complemento a las temáticas desarrolladas en

las sesiones de clase.

La implementación del OVA y en general de la unidad didáctica, permitió evidenciar el cambio de actitud en los estudiantes, ya que no es común el desarrollo de las sesiones de clase del área con este tipo de ayudas tecnológicas. Entre las dificultades se pueden mencionar: las limitaciones frente al modelo pedagógico tradicional que sigue la institución, el poco tiempo destinado al desarrollo de las temáticas de probabilidad, la falta de instalaciones apropiadas para la integración de la tecnología en las clases, así como el limitado acceso a internet por la ubicación de la institución. Estos inconvenientes son reportados con frecuencia en la literatura en los diversos niveles educativos y no son exclusivos de las temáticas de probabilidad, por lo que deben destinarse esfuerzos en la formación inicial y continúa de los docentes en el uso de estrategias didácticas innovadoras (Bernal-Pinzón, 2017; Peré, 2017; Núñez- Pérez, 2015; Soto-Jiménez, Franco-Enzuncho, & Giraldo-Cardozo, 2014).

### 5.3. PRUEBA FINAL

La prueba final consistió en un cuestionario de siete situaciones similares a las de la prueba diagnóstica, cuyo resultado se presenta en la tabla 4.

*Tabla 5 Resultados prueba final*

Competencia	Situación en la prueba	Resultados de los estudiantes		
		Incorrecta	Correcta	Sin Solución

C1.	1	0	9	0
	2	3	6	0
	3	2	7	0
C2.	4	4	4	1
	5	2	7	0
	6	3	6	0
C3.	7	3	5	1

En la tabla 4 se observa que los estudiantes presentan avances en el desarrollo de situaciones enfocadas a las tres competencias de la tabla 1. Los estudiantes mejoraron en el planteamiento de espacios muestrales y en el conteo de los posibles resultados en distintas situaciones, en el cálculo de probabilidades de algunas situaciones a partir del planteamiento de dos características en los datos, aunque pueden fallar en el proceso de organización de los datos, lo que dificulta el conteo y en el proceso de organización de datos, se siguen presentando falencias lo que lleva a determinaciones erróneas en el cálculo de probabilidades a partir de ellos.

La mayor dificultad está en el planteamiento de problemas debido al léxico limitado y la poca argumentación a la hora de expresar ideas de forma coherente y clara, de los 9 estudiantes 4 no desarrollaron la situación como se esperaba. La habilidad para interpretar el enunciado de las situaciones problema y su transformación al lenguaje matemático, es una barrera importante a la hora de mejorar la competencia de resolución de problemas por parte de los estudiantes (Hernández-Suárez, Prada-Núñez, & Gamboa-Suárez, 2017; Da Silveira, 2017).

#### 5.4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO EN FUNCIÓN DE LAS COMPETENCIAS SELECCIONADAS

A continuación se describen los resultados obtenidos de las pruebas realizadas al grupo de estudio (prueba diagnóstica y final) en función de las competencias seleccionadas para su mejoramiento o adquisición con la implementación de la UD, para lo cual se determina el promedio en cada una de las valoraciones realizadas en cada una de las competencias planteadas.

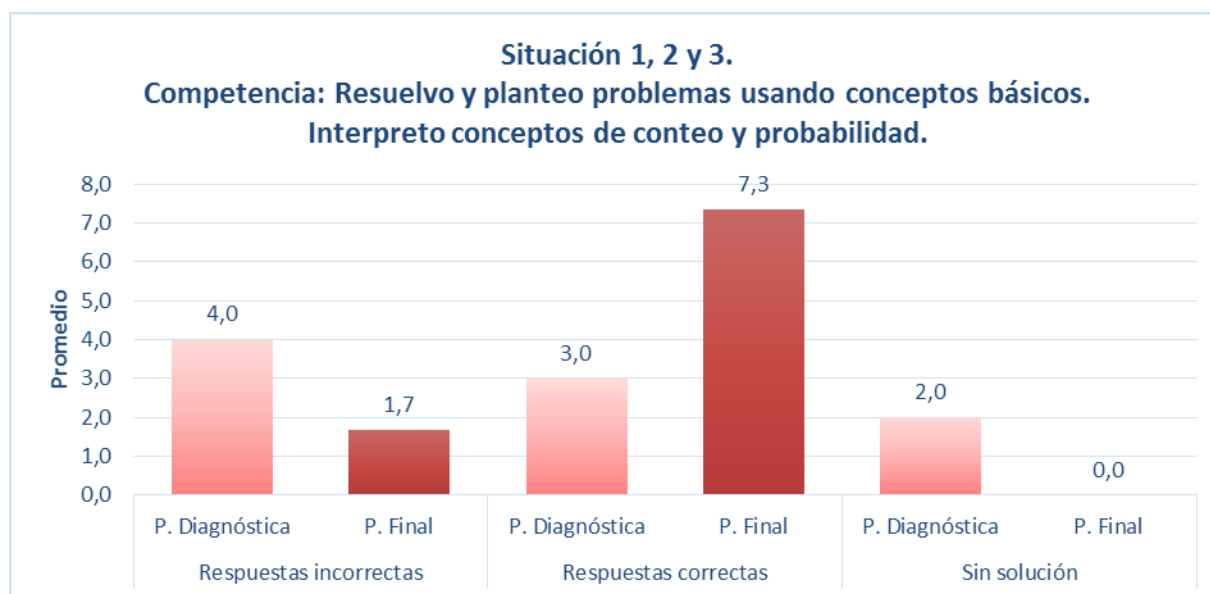


Figura 12 Análisis situaciones 1, 2 y 3

El análisis que se incluye en el diagrama de barras, figura 12, sobre la valoración de la competencia: resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos e interpreto conceptos de conteo y probabilidad, presenta el promedio en las respuestas obtenidas

en cada una de las clasificaciones para su solución, demostrando gráficamente el aumento en las respuestas obtenidas, gracias a que muchos de ellos se apoyaron en representaciones usadas espontáneamente para resolver el problema, como diagramas en árbol, diagramas de Venn, representación mediante líneas, en las respuestas incorrectas es posible observar que el promedio ha disminuido entre la aplicación de la prueba diagnóstica a la final. Además durante el desarrollo de la prueba final no se presentaron situaciones sin solucionar lo que puede relacionarse con el aprendizaje de los conceptos y/o la comprensión de los mismos que se encuentran involucrados en estas preguntas basadas en situaciones reales dentro de la cotidianidad.

De acuerdo a Wild y Pfannkuch (1999) citados por Batanero & Díaz (2011) estos resultados pueden deberse a la apropiación de los conceptos mediante la integración de componentes que fortalecen el razonamiento estadístico como el reconocimiento de la necesidad de los datos, la transnumeración o comprensión que puede surgir al cambiar la representación de los datos, la percepción de variación ya que la estadística/probabilidad permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas, razonamiento con modelos estadísticos, integración de la estadística y el contexto; y que según las autoras al presentar conceptos desde diferentes puntos de vista en las fases de una investigación estadística (planteamiento de un problema, instrumentos, recogida y análisis de datos y conclusiones sobre el problema planteado) cumple con los objetivos de aprendizaje que se quieren desarrollar en los estudiantes (p. 14).

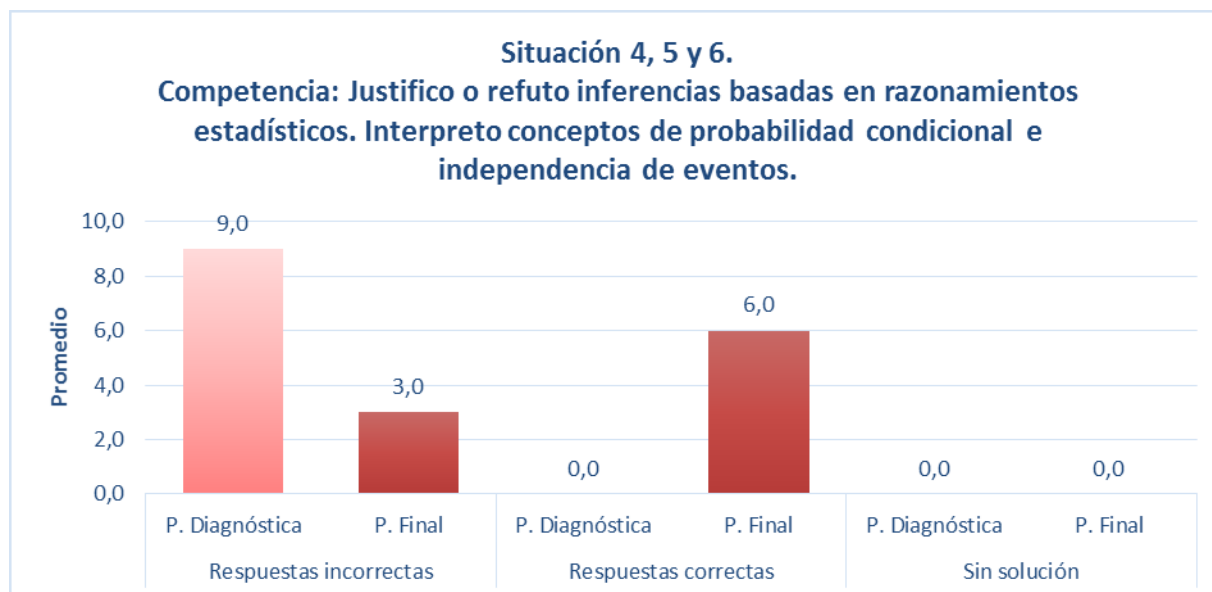


Figura 13 Análisis situaciones 4, 5 y 6

El diagrama (figura 13) presenta gráficamente la distribución de los promedios de las respuestas dadas en la competencia que valora la justificación e interpretación de datos basados en razonamientos estadísticos, la cual muestra la solución positiva de las situaciones planteadas, aunque prevalezcan algunas dificultades en la errónea organización de los datos lo que puede ser explicado, como lo indica Arteaga, Batanero, Cañadas, & Contreras (2011), con las estrategias usadas, con la asociación de estos datos numéricos a otros gráficos similares, sin embargo otras causales que pueden argumentar las falencias presentadas en el grupo de estudiantes mencionadas por los autores, pueden ser la noción causal: ya que los estudiantes asocian una relación de causa y efecto directamente relacionada con situaciones en el contexto sin reaccionar a su lógica dentro de la realidad, y la noción local: podría ser la respuesta más adecuada ya que por lo general el estudiante toma solo una parte de los datos sin analizar el trasfondo de la situación planteada. Sin embargo no se puede descartar de un todo la



noción determinista ya que el estudiante puede esperar una relación fija entre cada una de las variables asociadas sin su previo análisis individual.

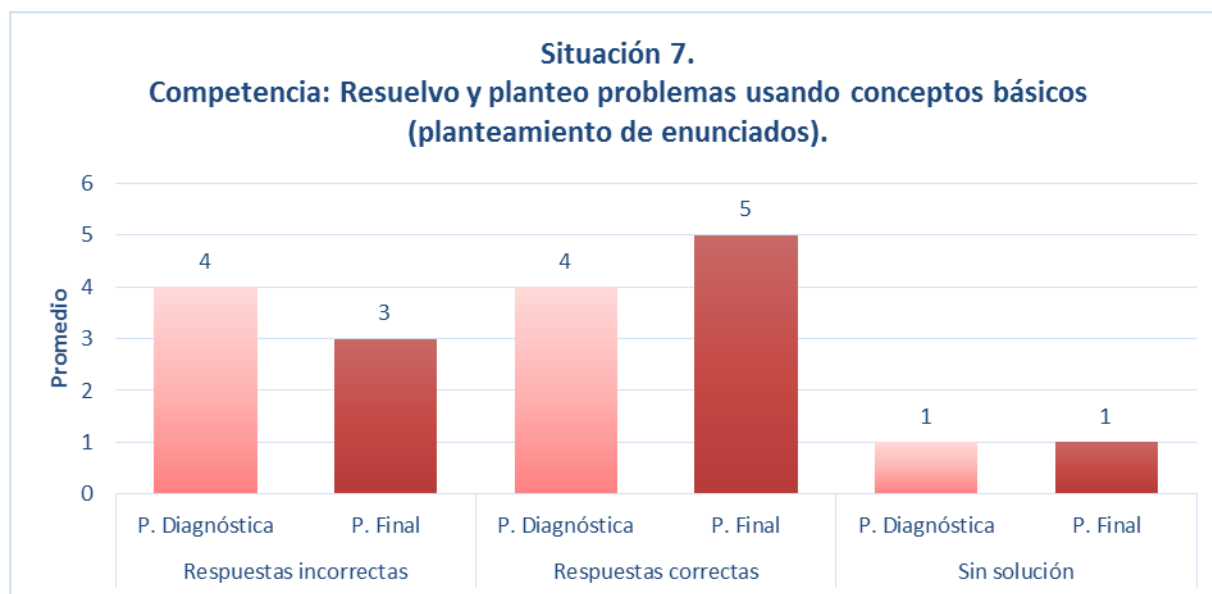


Figura 14 Análisis situación 7

El diagrama de barras (figura 14) muestra los resultados obtenidos en la solución de la situación presentada en los cuestionarios con los cuales se buscaba valorar la comprensión y resolución de la tercera competencia relacionada con el planteamiento de enunciados a partir de un conjunto de datos dados, se observa la persistente dificultad en el planteamiento debido al léxico limitado y a la poca argumentación, como lo explican Penalva, Posadas & Roig (2010) citando a Kontorovich y Koichu (2009), el planteamiento de problemas no solo en probabilidad sino en la matemática en general, ha sido un aspecto importante ya que en su mayoría los estudiantes están acostumbrados a la resolución de situaciones dadas mediante el uso de algoritmos ya establecidos, mientras el planteamiento sugiere el análisis y exploración de situaciones que se puedan asociar

al problema, además de la escasa preparación para este tipo de acciones, ya que no hay una serie de procedimientos establecidos en estos casos, sino que deben reflexionar sobre su manera de resolver problemas y considerar cómo podría modificarse, ampliarse y clarificarse de modo eficiente.

Así, la conclusión a la que llegan los autores puede explicar la dificultad a la que se enfrentan los estudiantes en estos casos, ya que el planteamiento de problemas ha sido dejado de lado en la actividad educativa del área y el determinar situaciones a las que se refieren un grupo de datos se acerca aún más a la realidad, en lugar de presentar tareas de resolución más tradicionales.

## **5.5. DISCUSIÓN**

Al aplicar la prueba inicial en el grupo objeto de estudio, se pretendía evidenciar las falencias y habilidades que poseían con respecto a los conceptos de probabilidad. Los resultados obtenidos, presentados en la tabla 4, respaldaron la necesidad de implementar estrategias que favorecieran el aprendizaje significativo en la temática de probabilidad, buscando con ello el mejoramiento de estas competencias dentro del área de matemáticas.

Como Penalva, Posadas & Roig (2010) mencionan la dificultad en el aprendizaje de la probabilidad en el bachillerato se ve de forma más clara debido al nivel que se espera con respecto a la resolución de los contenidos pero gracias a las investigaciones que se

llevan a cabo en el tema es evidente como los problemas desarrollados bajo un contexto específico refuerzan la comprensión de los conceptos implicados en ellos, ya que cuando son utilizados de forma adecuada estimulan la reflexión y el análisis de dichos conceptos. Además como indican Roca, Batanero, & de la Fuente Solana (2006), uno de los conceptos que requiere mayor atención es el de la probabilidad condicional ya que es parte fundamental en la estadística pues fomenta la idea de variación en la percepción que tenemos sobre los sucesos aleatorios y la información nueva basada en el razonamiento de gran parte de las decisiones que se toman diariamente.

La prueba diagnóstica se constituyó en un insumo fundamental para elaborar una unidad didáctica basada en un OVA, que complementó la enseñanza de la probabilidad en grado once, empleando para ello estrategias que motivaban a los estudiantes, involucrándolos en la solución de problemas del contexto.

Los participantes directos en esta experiencia expresaron sus opiniones sobre el OVA usado durante las clases, algunas positivas como por ejemplo:

“Me gustó mucho el programa que se utilizó en la clase por que no habíamos trabajado en matemáticas nada de eso, y porque en el colegio no nos dejan usar los computadores en otras clases, solo en informática, ojalá nos dejen seguir utilizándolos más”.

“Fue chévere trabajar las clases así, con programas diferentes y no solo copiando

en el cuaderno, también estuvieron chéveres las actividades cómo en forma de juegos”.

Entre otras, las siguientes sugerencias de los estudiantes pueden tomarse como punto de partida para mejorar el OVA:

“Estuvo chéveres las clases así, pero le hubiesen colocado videos para que fuera más emocionante, pero en general aprendí mejor”.

“Faltaron colores más alegres, para que llamara la atención, para que no se desconcentrara en las clases”.

Con respecto al desarrollo del OVA puede afirmarse que fue adecuado ya que como se elaboró de acuerdo a las necesidades e instalaciones que presenta la institución educativa fue utilizado según lo planeado como apoyo a las clases en busca de la mejora de las competencias en la temática de probabilidad. Sin embargo desde el punto de vista estructural se podría mejorar las actividades que se presentan en el OVA, anexando material multimedia y situaciones problema de acuerdo al tema y nivel de los estudiantes, poniendo en práctica una estructura más llamativa en donde interactúen gráficos y diseños más modernos.

Al comparar los resultados obtenidos en las pruebas diagnóstica y final, mostrados en las tablas 4 y 5, se evidencia una mejora en las competencias a partir de la

implementación de la unidad didáctica, en lo que respecta a la resolución, interpretación y análisis de problemas a partir de conceptos básicos y la determinación de probabilidades.

Lo anterior permite afirmar que el uso de un OVA como apoyo a la unidad didáctica, facilitó el desarrollo de las competencias previstas. Esto se debe a que el OVA resultó atractivo y motivador para los estudiantes, facilitando el desarrollo de las actividades propuestas de forma dinámica; el OVA se convierte en un instrumento de retroalimentación y evaluación de los conocimientos adquiridos, pues su contenido brinda una síntesis de lo visto durante las clases. De acuerdo a Morales, Trujillo & Raso Sánchez (2015) se puede concluir que con la integración de las TIC dentro de los procesos de enseñanza – aprendizaje producen respuestas positivas en los estudiantes, por tanto es importante adquirir un desarrollo profesional para el manejo de estas herramientas, fortaleciendo el pensamiento crítico y reflexivo.

Asimismo Mota, Oliveira, & Henriques (2016) plantean que en el contexto estadístico, y en él la probabilidad, es necesario un ambiente de aprendizaje que integre actividades que estimulen el razonamiento y la argumentación de los estudiantes por medio del uso de datos reales y motivadores, ya que las matemáticas en general son vistas como una de las asignaturas con mayor dificultad es necesario desarrollar estrategias para mejorar su aprendizaje y mejorar su rendimiento académico.

## 6. CONCLUSIONES

El principal objetivo del proyecto fue desarrollar una unidad didáctica mediada por un Objeto Virtual de Aprendizaje, OVA, para mejorar tres de las competencias básicas de probabilidad establecidas para el grado once por el Ministerio de Educación Nacional, MEN. El lugar en el que se llevó a cabo la experiencia, un colegio rural de índole tradicional con deficiencias en infraestructura tecnológica y casi nulo servicio de internet, justifica la elección del OVA como mediador del aprendizaje, ya que este no requiere acceso a internet para su utilización.

El OVA se elaboró a partir de los resultados de la prueba diagnóstica, como una herramienta para lograr un aprendizaje significativo de la temática de probabilidad. Las actividades propuestas en el OVA tienen el propósito de fomentar en los estudiantes el análisis y planteamiento de soluciones a diversos problemas del contexto, ya que como lo indican Batanero & Díaz (2011) la apropiación de los conceptos fortalecen el razonamiento en distintas áreas del conocimiento, cumpliendo con los objetivos de un verdadero aprendizaje significativo. Además, las actividades de evaluación y retroalimentación fortalecen el proceso de aprendizaje y fomentan el autoaprendizaje en los estudiantes.

Luego de utilizar el OVA en el desarrollo de la unidad didáctica, los resultados de la prueba final permitieron establecer que hubo una mejora en las competencias que se quería desarrollar, a saber: la resolución, interpretación y planteamiento de problemas

usando conceptos básicos; la correcta aplicación de los principios de conteo y el cálculo de probabilidades. El aprendizaje de la probabilidad es difícil pero como Penalva, M. C., Posadas, J. A., & Roig, A. I. (2010) señalan es necesario promoverlo mediante el uso y planteamiento de distintas tareas que refuerzan los contenidos tratados que fomenten procesos de razonamiento correctos y adecuados a la situación establecida, ya que las diferentes estrategias que desarrollan los maestros deben estar encaminadas a que los estudiantes logren la comprensión significativa de los conceptos vistos. (Batanero C. , 2002; Batanero C. , 2001).

La principal dificultad se presenta en el planteamiento de problemas debido al limitado léxico y argumentación de los estudiantes, a la hora de expresar ideas de forma coherente y clara. Este hecho indica la necesidad de desarrollar estrategias didácticas orientadas a fortalecer la competencia comunicativa, junto con la integración de situaciones problema que permitan su transformación al lenguaje matemático, promoviendo así la competencia de resolución de problemas por parte de los estudiantes, respaldando lo mencionado por Penalva, Posadas & Roig (2010), Schoenfeld (1992) & Silver (1994) ya que el planteamiento de problemas reúne el desarrollo de los procesos de razonamiento, la comprensión de los conceptos, la abstracción y por ende el uso de un lenguaje natural y formal adecuado a la situación que se esté presentando en el momento. Estas estrategias también deben ir enfatizadas hacia las metodologías y relaciones utilizadas por los estudiantes en el momento de organización y comprensión de la información suministrada, ya que se basan en el uso de algoritmos preestablecidos que los hace suponer la resolución adecuada para toda

situación planteada de forma similar sin importar el contexto, junto con la articulación desde los distintos niveles de formación con el desarrollo del pensamiento aleatorio en general. (Riascos, Y. , 2014; Riascos Forero & Fávero, 2010).

El desarrollo de esta investigación deja abierta la posibilidad para realizar estudios similares que involucren desarrollo y mejoramiento de competencias en matemáticas dentro de los diferentes pensamientos a partir de propuestas didácticas y la mediación de las TIC en ambientes rurales, además de investigaciones asociadas al desarrollo de conceptos estadísticos dentro del pensamiento aleatorio que promuevan la comprensión, enseñanza y aprendizaje de la probabilidad.



## BIBLIOGRAFÍA

- Angarita Velandia, M. A., Fernández-Morales, F. H., & Duarte, J. E. (2014). La didáctica y su relación con el diseño de ambientes de aprendizaje: una mirada desde la enseñanza de la evolución de la tecnología. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 5 (1), 46–55. Doi: [10.19053/20278306.3138](https://doi.org/10.19053/20278306.3138)
- Araujo, D., & Romero, S. (2012). Uso de las TIC en el proceso enseñanza aprendizaje. Universidad de la Guajira Colombiana. *Télématique*, 11(1), 69-83. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=78423414005>
- Ardila Gutiérrez, V. H., Dueñas Álvarez, M. F., Bogotá- Torres, M., Cañón Gutiérrez, M. A., Alfonso Orozco, M. A., Perdomo Pedraza, A. C... & Abella Peña, L. E. (2016). *Aplica: Matemáticas 11*. Bogotá, Colombia: Ediciones SM.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., & Contreras, M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 76, 55-67.
- Ato, Manuel, López, Juan J., & Benavente, Ana. (2013). Un sistema de clasificación de los diseños de investigación en psicología. *Anales de Psicología*, 29(3), 1038-1059. <https://dx.doi.org/10.6018/analesps.29.3.178511>
- Barragués Fuentes, J., & Guisasola Aranzabal, J. (2009). Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la universidad basada en la investigación didáctica. *Educación Matemática*, 21 (3), 127-162. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516671006> ISSN 1665-5826
- Batanero, C., Godino, J. D., & Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria

en formación sobre los promedios. *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*, 310-324. Recuperado de

[https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/46646445/Evaluacion\\_de\\_concepciones\\_sobre\\_la\\_nocin20160620-32222-17qgy5q.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1510013661&Signature=Qg2FXnLfeW1L1IRBvm%2B1h6krZbQ%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DEvaluacion\\_de\\_concepciones\\_sobre\\_la\\_noci.pdf](https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/46646445/Evaluacion_de_concepciones_sobre_la_nocin20160620-32222-17qgy5q.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1510013661&Signature=Qg2FXnLfeW1L1IRBvm%2B1h6krZbQ%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DEvaluacion_de_concepciones_sobre_la_noci.pdf)

Batanero, C., & Díaz, C. (2011). Estadística con proyectos. *Granada: Universidad de Granada*. Recuperado de

[https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/46646564/Estadstica\\_con\\_Proyectos20160620-31566-4cizg1.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1510013553&Signature=Yutvz3HPkmLUZp2gO5VjW6wyiwU%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DEstadistica\\_Con\\_Proyectos.pdf](https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/46646564/Estadstica_con_Proyectos20160620-31566-4cizg1.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1510013553&Signature=Yutvz3HPkmLUZp2gO5VjW6wyiwU%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DEstadistica_Con_Proyectos.pdf)

Belfiori, L. (2014). Enseñanza de estadística con recursos TIC. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Buenos Aires (Argentina).

Recuperado de [http://scholar.googleusercontent.com/scholar?q=cache:ASIJgmESXB8J:scholar.google.com/+Belfiori+\(2014\)&hl=es&as\\_sdt=0,5](http://scholar.googleusercontent.com/scholar?q=cache:ASIJgmESXB8J:scholar.google.com/+Belfiori+(2014)&hl=es&as_sdt=0,5)

Belloch, C. (2012). Las Tecnologías de la Información y Comunicación en el aprendizaje. Recuperado de: <http://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA1.wiki?all>

Bernal Pinzón, M. L. (2017) ¿qué escriben los niños?, una mirada desde el modelo escuela

- nueva. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7 (2), 255-268. Doi: [10.19053/20278306.v7.n2.2017.6069](https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n2.2017.6069)
- Bravo Palacios, R. (2016). Diseño, construcción y uso de Objetos de Aprendizaje OVA.. Colombia: Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10596/8892>
- Burbano Pantoja, V. M. A., Valdivieso Miranda, M. A., & Aldana Bermúdez, E. (2017) Conocimiento base para la enseñanza: un marco aplicable en la didáctica de la probabilidad. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(2), 269-285. Doi: [10.19053/20278306.v7.n2.2017.6070](https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n2.2017.6070)
- Cabré, R. B. (2012). Diseños cuasi-experimentales y longitudinales. 1 - 86. Recuperado de: <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/30783/1/D.%20cuasi%20y%20longitudinales.pdf>
- Castro, W. F., & Godino, J. D. (2011). Métodos mixtos de investigación en las contribuciones a los simposios de la SEIEM (1997-2010).
- Corrales, A. (2010). La programación a medio plazo dentro del tercer nivel de concreción: Las unidades didácticas. *Revista Digital de Educación Física*, 1- 13. Recuperado de\_ [http://emasf.webcindario.com/La\\_programacion\\_a\\_medio\\_plazo\\_dentro\\_del\\_tercer\\_nive\\_%20de\\_concrecion\\_unidades\\_didacticas.pdf](http://emasf.webcindario.com/La_programacion_a_medio_plazo_dentro_del_tercer_nive_%20de_concrecion_unidades_didacticas.pdf)
- Da Silveira, M. (2017). Compreensão da matemática no uso de símbolos e da gramática. *Revista Guillermo de Ockham*, 15(1). Doi: <http://dx.doi.org/10.21500/22563202.3190>

- De Moya Martínez, M. D. V., Bravo, J. A. H., Bravo, J. R. H., & Gutiérrez, R. C. (2009). Un estilo de aprendizaje, una actividad. Diseño de un plan de trabajo para cada estilo. *Journal of Learning Styles*, 2(4). Disponible en: <http://learningstyles.uvu.edu/index.php/jls/article/view/175/136>
- Díaz Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *REDIE. Revista Electronica de Investigacion Educativa*, 5(2), 105 - 117. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/155/15550207.pdf>
- Dick, W., Carey, L., & Carey, J. O. (2005). The systematic design of instruction.
- Estaire, S. (2007). La enseñanza de lenguas mediante tareas: principios y planificación de unidades didácticas. Recuperado de [catedu.es/tarepa/fundamentación/03\\_tareas\\_Sheila.pdf](http://catedu.es/tarepa/fundamentación/03_tareas_Sheila.pdf).
- Faustino, A., & Pérez Luis, S. (2013). Utilización de las TIC en la enseñanza de la estadística en la Educación Superior angolana. *Prisma Social*, (11), 0-31.
- Fernández, F. J., Romero, J. A., & Vergara, M. A. (2015). Razonamiento probabilístico en estudiantes de undécimo grado. *RECME*, 1(1), 23-26.
- Gallego, D., & Luna, A. (2007). Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista Complutense De Educación*, 95-112. Recuperado el 25-03-16 en: <http://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/viewFile/RCED0808120095A/15564>
- García García, R. (2013). Aprendizaje de la estadística y la probabilidad en secundaria. *España*. Recuperado de: <http://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/2939/Garcia%20Garcia%20Ricardo.pdf?sequence=1>

- García, J. A. P. (2008). Estudio de la comprensión de contenidos de probabilidad de estudiantes universitarios (Doctoral dissertation, Universitat d'Alacant-Universidad de Alicante). *Recuperado de:* <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=20124>
- García Quiroga, B., Coronado, A., & Giraldo Ospina, A. (2017). Implementación de un modelo teórico a Priori de competencia matemática asociado al aprendizaje de un objeto matemático. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(2), 301-315. Doi: [10.19053/20278306.v7.n2.2017.6072](https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n2.2017.6072)
- García Usuga, J. M., Hoyos Salcedo, E. A., & Acosta Minoli, C. A. (2015). El desarrollo del pensamiento estadístico en niños y niñas del grado 7° de básica secundaria, una estrategia guiada por software educativo.
- Gil, A. (2010). Proyectos de estadística en primaria. Material editado por el Instituto Canario de Estadística (ISTAC). *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 75, 121-129. *Recuperado de* <http://funes.uniandes.edu.co/3562/1/Gil2010ProyectosNumeros75.pdf>
- Guzmán Restrepo, W. A. (2012). Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento variacional a través de situaciones problema, de los estudiantes del grado noveno de la institución educativa “San José del municipio de Betulia” [en línea]. Universidad Nacional de Colombia.
- González Nieves, S., Fernández Morales, F., & Duarte, J. (2016). Memoria de trabajo y aprendizaje: Implicaciones para la educación. *Saber, Ciencia y Libertad*, 11(2), 161-176. Doi: [10.22525/sabcliber.2016v11n2.161176](https://doi.org/10.22525/sabcliber.2016v11n2.161176)
- Hernández Suárez, C., Prada Núñez, R., & Gamboa Suárez, A. (2017). Conocimiento y uso del lenguaje matemático en la formación inicial de docentes en matemáticas.

- Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(2), 287-299. Doi: [10.19053/20278306.v7.n2.2017.6071](https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n2.2017.6071)
- Jiménez-Leal, W., & Gaviria, C. (2014). Desarrollo y el aprendizaje del razonamiento causal: análisis de una tensión aparente. *Universitas Psychologica*, 13(4).
- Jurado Erazo, G. E. (2010). Objetos virtuales de aprendizaje (OVA) como mediadores del proceso de aprendizaje. *Revista Criterios*, 63-72. Recuperado de: <http://www.umariana.edu.co/ojs-editorial/index.php/criterios/article/download/283/245>
- Leguizamón González, M. (2006). Diseño y desarrollo de materiales educativos computarizados (MEC): una posibilidad para integrar la informática con las demás áreas del currículo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (19)
- Martín Barroso, E., Rubio Sánchez, M., & Urquiza-Fuentes, J. (2010). Actas de las I Jornadas de Innovación y TIC Educativas-JITICE 2010.
- Martínez, L. (2007). La observación y el diario de campo en la definición de un tema de investigación. *Revista Perfiles Libertadores*, 4, 73-80.
- Martínez Ortega, G. (2013). Construcción de Objeto Virtual de Aprendizaje para la adquisición de estrategias en técnicas de conteo. *Maestría thesis*, Universidad Nacional de Colombia.
- Martínez, M. C. P., & García, J. A. P. (2009). El planteamiento de problemas y la construcción del teorema de Bayes. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 27(3), 331-342.
- Ministerio de Educación Nacional, MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias

en Matemáticas. Recuperado de:

[http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

Ministerio de Educación Nacional, MEN (s.f.). Portal Colombia aprende.

Recuperado de:

<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/propertyvalue-34418.html>

Morales Capilla, M., Trujillo Torres, J. M., & Raso Sánchez, F. (2015). Percepciones acerca de la integración de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la universidad. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (46).

Moreira, M. (2000). Aprendizaje significativo: Un concepto subyacente. *Morata*. 19 - 44.

Recuperado el 05 de 05 de 2016, de  
<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf>

Mota, A. I., Oliveira, H., & Henriques, A. (2016). El desarrollo de la capacidad de resiliencia matemática: La voz de los estudiantes sobre el uso de las TIC en la aula. *Electronic journal of research in educational psychology*, 14(38), 67-88.

Moya Moya, L. M., Pérez Ruiz, M. E., & Moreno Gutiérrez, V. (2012). *Retos: matemáticas* 10. Bogotá: Colombia: Carvajal Educación.

Núñez Pérez, V. (2015). Pedagogía social e interculturalismo: una lectura posible. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 5 (2), 141–149. Doi: 10.19053/20278306.3716

Ortiz, J. J., Batanero, C., & Serrano, L. (2001). El lenguaje probabilístico en los libros de

- texto. *Suma*, 38, 5-14.
- Ortiz, J. (2011). *Investigaciones Actuales en Educación Estadística y Formación de Profesores*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/LIBRO.pdf>.
- Osorio Angarita, M. A., Suárez Parra, A. B., & Uribe Sandoval, C. C. (2011). Revisión de aspectos asociados a la problemática del aprendizaje de la Probabilidad. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (34).
- Parada Hernández, A., & Suárez Aguilar, Z. E. (2014). Influencia de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la apropiación de conceptos de electrónica análoga, en estudiantes de grado séptimo de educación básica. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 5(1), 20–31. Doi: [10.19053/20278306.3137](https://doi.org/10.19053/20278306.3137)
- Parra-León, L. F., Duarte, J. E., & Fernández-Morales, F. H. (2014). Propuesta didáctica para la enseñanza de circuitos eléctricos básicos. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 4 (2), 138–147. Doi: [10.19053/20278306.2891](https://doi.org/10.19053/20278306.2891)
- Penalva, M. C., Posadas, J. A., & Roig, A. I. (2010). Resolución y planteamiento de problemas: Contextos para el aprendizaje de la probabilidad. *Educación matemática*, 22(3), 23-54.
- Peré, N. (2017). Apuntes para analizar la relación entre innovación, TIC y formación pedagógico-didáctica. *Praxis & Saber*, 8(16), 15 - 33. Doi: [10.19053/22160159.v8.n16.2017.6165](https://doi.org/10.19053/22160159.v8.n16.2017.6165)
- Piratoba Gil, R. P., & Rojas Morales, C. E. (2014). Cambios en las concepciones iniciales e inducidas sobre la naturaleza de las matemáticas y su didáctica, en estudiantes



- de un programa de Licenciatura en Matemáticas y Estadística. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 5(1), 32–45. Doi: [10.19053/20278306.3140](https://doi.org/10.19053/20278306.3140)
- Reyes Caballero, F., Fernández Morales, F. H., & Duarte, J. E. (2015). Herramienta para la selección de software educativo aplicable al área de tecnología en educación básica. *Revista Entramado*, 11(1), 186-193. Doi: [10.18041/entramado.2015v11n1.21101](https://doi.org/10.18041/entramado.2015v11n1.21101)
- Riascos, Y. (2014). El Pensamiento Estadístico Asociado a las Medidas de Tendencia Central: Un Estudio Psicogenético sobre la Media Aritmética, la Mediana y la Moda. Universidad del Valle, Instituto de Psicología. Cali: Universidad del Valle.
- Rico González, C. A. (2011). *Diseño y aplicación de ambiente virtual de aprendizaje en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física en el grado décimo de la IE Alfonso López Pumarejo de la ciudad de Palmira* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira).
- Rincón Ramírez, F. A. (2011). Los retos de alta dirección de servicios educativos en la era de la globalización. Recuperado de [http://bibliotecadigital.usbcali.edu.co:8080/bitstream/10819/554/1/Retos\\_Alta\\_Servicios\\_Rincón\\_2011.pdf](http://bibliotecadigital.usbcali.edu.co:8080/bitstream/10819/554/1/Retos_Alta_Servicios_Rincón_2011.pdf)
- Riscanevo Espitia, L. (2016). La teoría de la práctica social del aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(1), 93-110. Doi: 10.19053/20278306.v7.n1.2016.5635
- Roca, A. E., Batanero, M. C. D., & de la Fuente Solana, E. I. (2006). Un estudio inicial de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en alumnos universitarios. In *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de*

la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Huesca, 6-9 de septiembre de 2006 (pp. 277-284). Instituto de Estudios Altoaragoneses.

Rodríguez, J. M. (2008). Algunas teorías para el diseño instructivo de unidades didácticas.

Unidad didáctica: "El alfabeto griego". Recuperado de <http://www.um.es/ead/red/20/rodriguez.pdf>

Rodríguez Palmero, M. (2004). La teoría del aprendizaje significativo. *Trabajo presentado en la Primera Conferencia Internacional sobre mapas conceptuales*. Recuperado de <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>

Rodríguez Pedraza, A. M (2014) Elaboración de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), que integre el origami como facilitador de la enseñanza de los sólidos en geometría. *Maestría thesis*, Universidad Nacional de Colombia.

Sánchez Medina, I. (2014). Estado del arte de las metodologías y modelos de los objetos virtuales de aprendizaje (OVAs) en Colombia. *Revista Entornos*, 93-107. Recuperado de: <http://journalusco.edu.co/index.php/magazine/article/view/472>

Silva Cañaveral, S. (2016). La investigación-creación en el contexto de la formación doctoral en diseño y creación en Colombia. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(1), 49-61.  
Doi:<https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n1.2016.5601>

Soto Jiménez, J. C., Franco Enzuncho, M. L., & Giraldo-Cardozo, J. C. (2014). Desarrollo de una metodología para integrar las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) en las IE (Instituciones Educativas) de Montería. *Zona Próxima*,

(21), 34-51. Recuperado de:  
[http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2145-94442014000200004&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2145-94442014000200004&lng=es&tlng=es).

Torres Ortiz, J. A., & Duarte, J. E. (2016). Los procesos pedagógicos administrativos y los aspectos socio-culturales de inclusión y tecno- pedagogía a través de las tendencias pedagógicas en educación a distancia y virtual. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 6(2), 179–190. Doi: [10.19053/20278306.4606](https://doi.org/10.19053/20278306.4606)

Valdés Núñez, J. (2011). Lúdica y matemáticas a través de TICs para la práctica de operaciones con números enteros. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 1 (2), 17-27. Recuperado de:  
[http://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion\\_duitama/article/view/12](http://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion_duitama/article/view/12)

## 99

Valencia, N., Huertas, A., & Baracaldo, P. (2014). Los ambientes virtuales de aprendizaje: una revisión de publicaciones entre 2003 y 2013, desde la perspectiva de la pedagogía basada en la evidencia. *Revista Colombiana de Educación*, 73 - 103. Recuperado de: <http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n66/n66a04.pdf>

Viera Torres, T. (2003). El aprendizaje verbal significativo de Ausubel. Algunas consideraciones desde el enfoque histórico cultural. *Universidades*, (26), 37-43.  
 Recuperado el 05 de 05 de 2016, de

<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37302605>

Wilhelmi, M. R. (2004). Combinatoria y probabilidad. Grupo de Investigación en Educación Estadística, *Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada*.

Zapata, L. (2016). ¿ Estamos promoviendo el pensamiento estadístico en la enseñanza?.

## ANEXOS

### ANEXO A. Competencia MEN Vs. Situación de Análisis en Prueba Inicial.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA RITA – PANTANO DE VARGAS

PRUEBA INICIAL – GRADO ONCE 2016

**ÁREA: MATEMÁTICAS – PROBABILIDAD**



- **OBJETIVO:** Establecer el estado inicial y preconceptos para la temática de probabilidad.

<b>COMPETENCIAS</b>	<b>SITUACIÓN DE ANÁLISIS (NUMERAL)</b>
Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos. Interpreto conceptos de conteo y probabilidad.	1
	2
	3
Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos. Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.	4
	5
	6
Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos.	7

**ANEXO B.** Formato Prueba diagnóstica.

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA RITA – PANTANO DE V**  
**PRUEBA INICIAL – GRADO ONCE 2016**  
**ÁREA: MATEMÁTICAS – PROBABILIDAD**



**OBJETIVO:** Establecer el estado inicial y preconceptos para la temática de probabilidad.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**Cada actividad tiene un enunciado y una o varias preguntas para responder. Léalas atentamente para comprender bien lo que se pide que haga.**

1. Una familia conformada por tres personas: A, B y C, que hacen parte de un grupo de estudio que siempre tiene un orientador en cada uno de los salones: 1, 2 y 3. Un día en específico, a cada uno de los miembros de la familia le corresponde un orientador al azar. Si es requerido el registro del número de salón asignado a cada miembro de la familia, los posibles resultados serían:

--

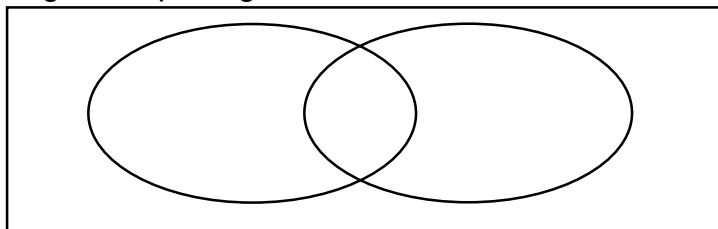
2. Una persona tiene para ir desde su casa al trabajo cuatro caminos diferentes, para ir del trabajo al restaurante otras cinco, mientras que de la casa al restaurante sólo son dos. Si la ruta varía según la hora y el medio de transporte que se utilice ¿de cuantas maneras puede hacer este recorrido?

--

3. En un juego, se extraen sucesivamente tres pimpones de una bolsa que contiene 6 blancas, 8 rojas y 10 verdes. ¿Cuál es la probabilidad de sacar, en orden, un pimpón rojo, blanco y verde?



4. En un colegio hay 200 estudiantes matriculados en bachillerato, de ellos 150 estudian inglés, 80 juegan baloncesto y, 40 juegan baloncesto y estudian inglés. Plantee una gráfica que organice los datos suministrados anteriormente.



Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta sea:

- Un estudiante que juegue baloncesto y estudie inglés
- Un estudiante que solo estudie inglés
- Un estudiante que solo juegue baloncesto

5. Un grupo de personas distribuidos de la siguiente forma: 27 mujeres y 23 hombres, además entre ellos hay 15 mujeres y 8 hombres que son zurdos. Organice los datos suministrados anteriormente.

		ZURDO	DIESTRO	TOTAL
GENERO	HOMBRE			
	MUJER			
TOTAL				

Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta sea:

- Un hombre zurdo
  - Sea diestra
  - Una mujer diestra
  - Sea hombre
6. En un estudio realizado en un colegio para determinar la cantidad de celulares que tienen los 20 alumnos de grado once, de ellos 7 son hombres de los cuales 4 tienen celular y 8 de las mujeres también. Complete la siguiente tabla y responda:

		TIENEN CELULAR		TOTAL
		SI	NO	
GENERO	HOMBRE			
	MUJER			
TOTAL				

Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta:

- Sea un hombre sin celular
- Un alumno con celular



c. Sea una mujer con celular

d. Sea mujer

7. Para la siguiente tabla, plantee una situación con una pregunta resuelta:

		SEXO		
		HOMBRE	MUJER	TOTAL
FUMA	SI	65	58	123
	NO	43	67	110
	TOTAL	108	125	233



## ANEXO C. Diario de Campo.

Viernes 4 de 2016.  
 Ausente: [REDACTED] (sin excusa)  
 Tema: Permutaciones - ejercicios.

La clase inicia con la explicación de lo que es una permutación, dando ejemplos del contexto y la correcta aplicación del lenguaje adecuado.

Se utiliza la palabra combinación en muchas cosas sin importar si se considera el orden o no, pero en matemáticas se usan términos más precisos.

Se pide a los estudiantes si conocen o han utilizado la palabra "combinación" de forma incorrecta.

Uno de los estudiantes menciona que la usaba cuando abren una cerradura y cuando combinan colores como las temperas.

Se continúa con la explicación de las definiciones de:

• Permutación: son agrupaciones en donde si importa el orden de coexistencia de los elementos.

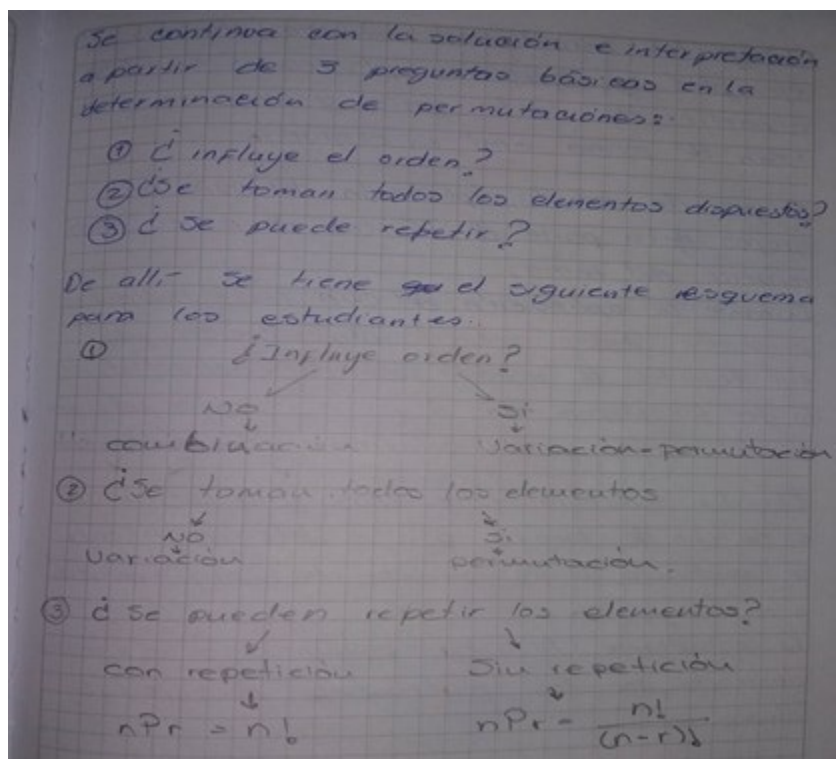
Se da la explicación del ejemplo de la cerradura:

Se seleccionan números pueden ser repetidos o no pero si importa el orden porque no es igual:

5 4 2      o      4 2 5.

Ahora se prosigue con sus clasificaciones:

CON REPETICIÓN	SIN REPETICIÓN
En donde hay $n$ posibilidades para la 1ª opción, $n$ para la 2ª opción y así sucesivamente.	Donde $n$ es el número de posibilidades y se eligen $r$ entre ellas, recordando no se pueden repetir y el orden si importa.
${}_nP_r = n!$	${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$



Luego los estudiantes realizan algunos ejemplos y ejercicios planteados en clase a partir de texto guía y luego se socializan de forma oral en el grupo.

Se procede con la aplicación del OVA por grupos de la parte de técnicas de conteo, como refuerzo del tema.

Durante la aplicación del OVA los estudiantes presentan dudas sobre la clasificación ya que buscaban la solución rápida de la actividad, por lo que les propuse que de forma escrita justificaran su selección y dan solución a cada situación.

Deciden trabajar entre ellos para buscar cuál es el tipo de técnica que se debería utilizar, se evidencia el mejoramiento de su argumentación y su lenguaje.

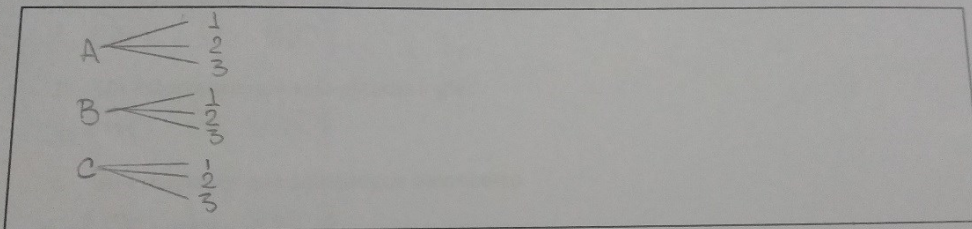
El estudiante Al y Br preguntan: ¿los ejercicios planteados son los realizados durante las clases?

Aunque en principio presentaban algunas inquietudes y dudas (fuerza), una vez pudieron determinar su clase, fue fácil aplicar la fórmula y encontrar la solución.

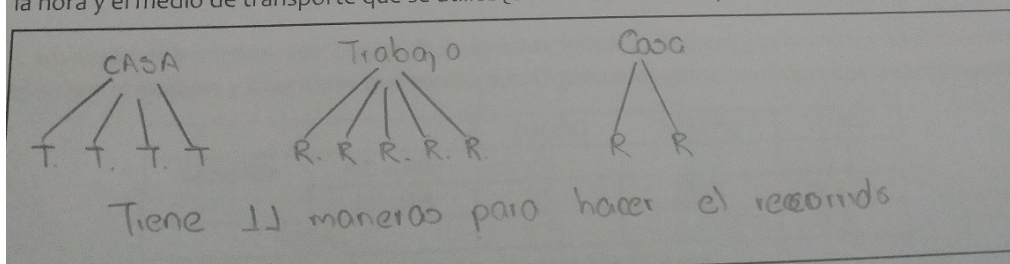
Los estudiantes Am, Da, La, utilizaron la parte explicativa del OVA de las técnicas de conteo como repaso para buscar la fórmula y la solución.

## ANEXO D. Resultados prueba diagnóstica.

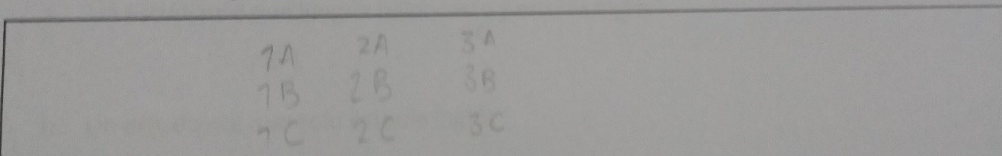
1. Una familia conformada por tres personas: A, B y C, que hacen parte de un grupo de estudio que siempre tiene un orientador en cada uno de los salones: 1, 2 y 3. Un día en específico, a cada uno de los miembros de la familia le corresponde un orientador al azar. Si es requerido el registro del número de salón asignado a cada miembro de la familia, los posibles resultados serían:



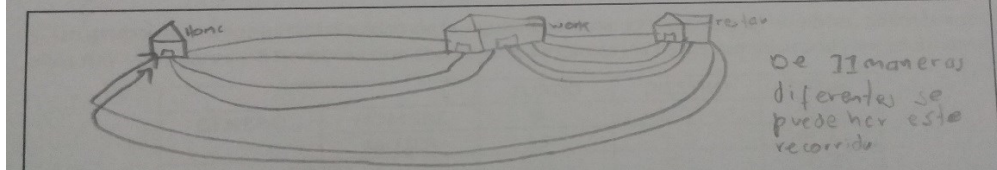
2. Una persona tiene para ir desde su casa al trabajo cuatro caminos diferentes, para ir del trabajo al restaurante otras cinco, mientras que de la casa al restaurante sólo son dos. Si la ruta varía según la hora y el medio de transporte que se utilice ¿de cuantas maneras puede hacer este recorrido?



1. Una familia conformada por tres personas: A, B y C, que hacen parte de un grupo de estudio que siempre tiene un orientador en cada uno de los salones: 1, 2 y 3. Un día en específico, a cada uno de los miembros de la familia le corresponde un orientador al azar. Si es requerido el registro del número de salón asignado a cada miembro de la familia, los posibles resultados serían:



2. Una persona tiene para ir desde su casa al trabajo cuatro caminos diferentes, para ir del trabajo al restaurante otras cinco, mientras que de la casa al restaurante sólo son dos. Si la ruta varía según la hora y el medio de transporte que se utilice ¿de cuantas maneras puede hacer este recorrido?





3. En un juego, se extraen sucesivamente tres pimientos de una bolsa que contiene 6 blancos, 8 rojos y 10 verdes. ¿Cuál es la probabilidad de sacar, en orden, un pimiento rojo, blanco y verde?

No hay probabilidad alguna de sacar los pimientos en orden ya que habrían 24 pimientos de diferentes colores / sería difícil saber q' color se sacara.

5. Un grupo de personas distribuidos de la siguiente forma: 27 mujeres y 23 hombres, además entre ellos hay 15 mujeres y 8 hombres que son zurdos. Organice los datos suministrados anteriormente.

		ZURDO	DIESTRO	TOTAL
GENERO	HOMBRE	8	15	23
	MUJER	15	12	27
TOTAL		23	27	50

Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta sea:

- a. Un hombre zurdo  
 $P_{13} =$  la probabilidad es muy poca porque de 50 personas 8 hombres son zurdos
- b. Sea diestra  
 $P_{27} =$  la probabilidad es mediana porque de 50 personas 27 son diestras.
- c. Una mujer diestra  
 $P_{12} =$  la probabilidad es poca q' que solo hay 12 mujeres diestras
- d. Sea hombre  
 $P_{23} =$  la probabilidad es mediana porque de 50 personas 23 son hombres

		TIENEN CELULAR		TOTAL
GENERO	HOMBRE	SI	NO	7
	MUJER	3	5	13
TOTAL		12	8	20

Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta:

- a. Sea un hombre sin celular  
 $R_{ta} = 3$  posibilidades
- b. Un alumno con celular  
 $R_{ta} = 12$  posibilidades
- c. Sea una mujer con celular  
 $R_{ta} = 8$  posibilidades
- d. Sea mujer  
 $R_{ta} = 13$  posibilidades

... una pregunta resuelta:

## ANEXO E. Consentimiento informado.

### CONSENTIMIENTO INFORMADO

Estimado padre de familia,

El grupo de Didáctica para la Enseñanza de Ciencia y Tecnología en Niños, DECTEN, de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, UPTC, está llevando a cabo el estudio *“Desarrollo de una Unidad Didáctica para la enseñanza de probabilidad mediada por un OVA, orientada a estudiantes de Grado Once”* en el Instituto Fundación Santa Rita del Pantano de Vargas, con el objetivo de desarrollar una unidad didáctica que integre un OVA, (Objeto virtual de Aprendizaje), para el aprendizaje significativo de la temática de probabilidad dirigida a estudiantes de grado once. Mediante la presente solicitamos muy amablemente su autorización para que su hijo(a) participe voluntariamente en este estudio.

El proyecto consiste en la aplicación de un OVA en el cual se desarrollan conceptos básicos de probabilidad con el apoyo de computadores portátiles que se encuentran al alcance. Estas actividades se llevarán a cabo en sesiones de clase del presente año. Las actividades contarán con la supervisión y acompañamiento del profesor(a) del área. El proceso será estrictamente confidencial y el nombre no será utilizado en ningún lugar. Toda la información suministrada por usted y/o su hijo(a) será manejada de manera ética y confidencial de acuerdo a la Ley de Habeas Data y la Ley de Derechos de Autor (Ley 23 de 1982). La participación o no participación en el estudio no afectará la nota del estudiante de ninguna manera.

Esta participación es totalmente voluntaria. Usted y su hijo (a) tienen el derecho de retirar el consentimiento para la participación en cualquier momento. Si tiene alguna pregunta sobre este proyecto se puede comunicar con la investigadora/docente **Yamile Salcedo** al **313 202 9934**, o con el director del estudio **Julio Enrique Duarte** al **318 775 9644**.

Si desea que su hijo participe, favor llenar la siguiente autorización y devolver al profesor (a) del estudiante.

Grupo DECTEN Categoría C- Colciencias UPTC COLOMBIA

### AUTORIZACIÓN

Yo \_\_\_\_\_, identificado con la cédula de ciudadanía N° \_\_\_\_\_, de \_\_\_\_\_, he leído el procedimiento arriba descrito. Voluntariamente doy mi consentimiento para que mi hijo (a) \_\_\_\_\_, participe en el estudio *“Desarrollo de una Unidad Didáctica para la enseñanza de probabilidad mediada por un OVA, orientada a estudiantes de Grado Once”* en el Instituto Fundación Santa Rita del Pantano de Vargas. Estoy consciente que el desarrollo de este estudio no conlleva ningún riesgo para mi hijo, y que por su participación no se recibirá ningún tipo de compensación económica o académica.

Firma: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

## ANEXO F. Formato Prueba Final.

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA RITA – PANTANO DE VARGAS****PRUEBA FINAL – GRADO ONCE 2016****ÁREA: MATEMÁTICAS – PROBABILIDAD**

**OBJETIVO:** Establecer el estado final y los conceptos comprendidos dentro de la temática de probabilidad.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**Cada actividad tiene un enunciado y una o varias preguntas referentes al mismo para responder, léalas atentamente para comprender bien lo que se pide que haga.**

1. Se quiere elegir un comité formado por tres miembros: presidente, tesorero y secretario. Para seleccionarlo disponemos de cuatro candidatos: Ana, Bernardo, Carlos y Daniela. Los posibles comités diferentes que se pueden elegir según los cuatro candidatos serían:

--

2. Un grupo de cuatro amigos: Andrés, Benito, Clara y Daniel, tienen que realizar dos trabajos: uno de Matemáticas y otro de Idiomas. Para ese trabajo deciden dividirse en dos grupos de dos personas cada uno. ¿De cuántos modos pueden dividirse para realizar los trabajos?

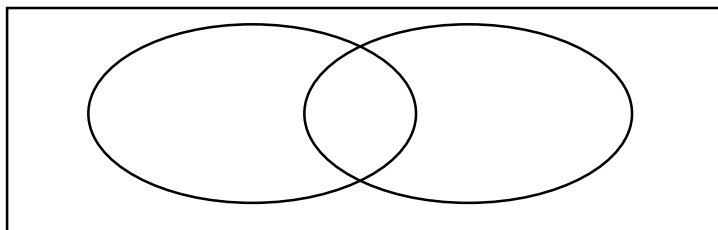
--



3. En un juego, se extraen sucesivamente tres cartas de un grupo que contiene 12 cartas, tres de cada palo. ¿Cuál es la probabilidad de sacar, en orden, una carta de diamante, una de pica y una de corazones?



4. En una clase de 100 estudiantes graduados de secundaria, 54 estudiaron matemáticas; 69, historia y 35 cursaron matemáticas e historia. Plantee una gráfica que organice los datos suministrados anteriormente.



Calcule la probabilidad de que al seleccionar un estudiante este:

- El estudiante cursó matemáticas o historia
- El estudiante no cursó ninguna de estas materias
- El estudiante cursó historia pero no matemáticas

5. Los 200 alumnos de Bachillerato de un instituto se distribuyen por género y modalidad de la siguiente forma:



		HOMBRE	MUJER	TOTAL
MODALIDAD	CIENCIAS		50	110
	IDIOMAS			
TOTAL		88		200

Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta sea:

- Un hombre de la modalidad de ciencias
  - Una mujer
  - Una mujer de la modalidad de idiomas
  - De la modalidad de idiomas
6. Suponga que uno de los grupos de bachillerato se distribuyen de la siguiente forma: son 17 mujeres y 13 hombres y se sabe que hay 3 mujeres y 4 hombres zurdos. Complete la siguiente tabla y responda:

		ZURDO	DIESTRO	TOTAL
GENERO	HOMBRE			
	MUJER			
TOTAL				

Calcule la probabilidad de que al seleccionar una persona esta:

- Sea un hombre
- Un hombre zurdo

c. Una persona zurda

d. Una mujer diestra

7. Para la siguiente tabla, plantee una situación con una pregunta resuelta:

	<b>Inglés (I)</b>	<b>No Inglés (I')</b>	<b>Total</b>
<b>Baloncesto (B)</b>	60	10	70
<b>No Baloncesto (B')</b>	80	50	130
<b>Total</b>	140	60	200

